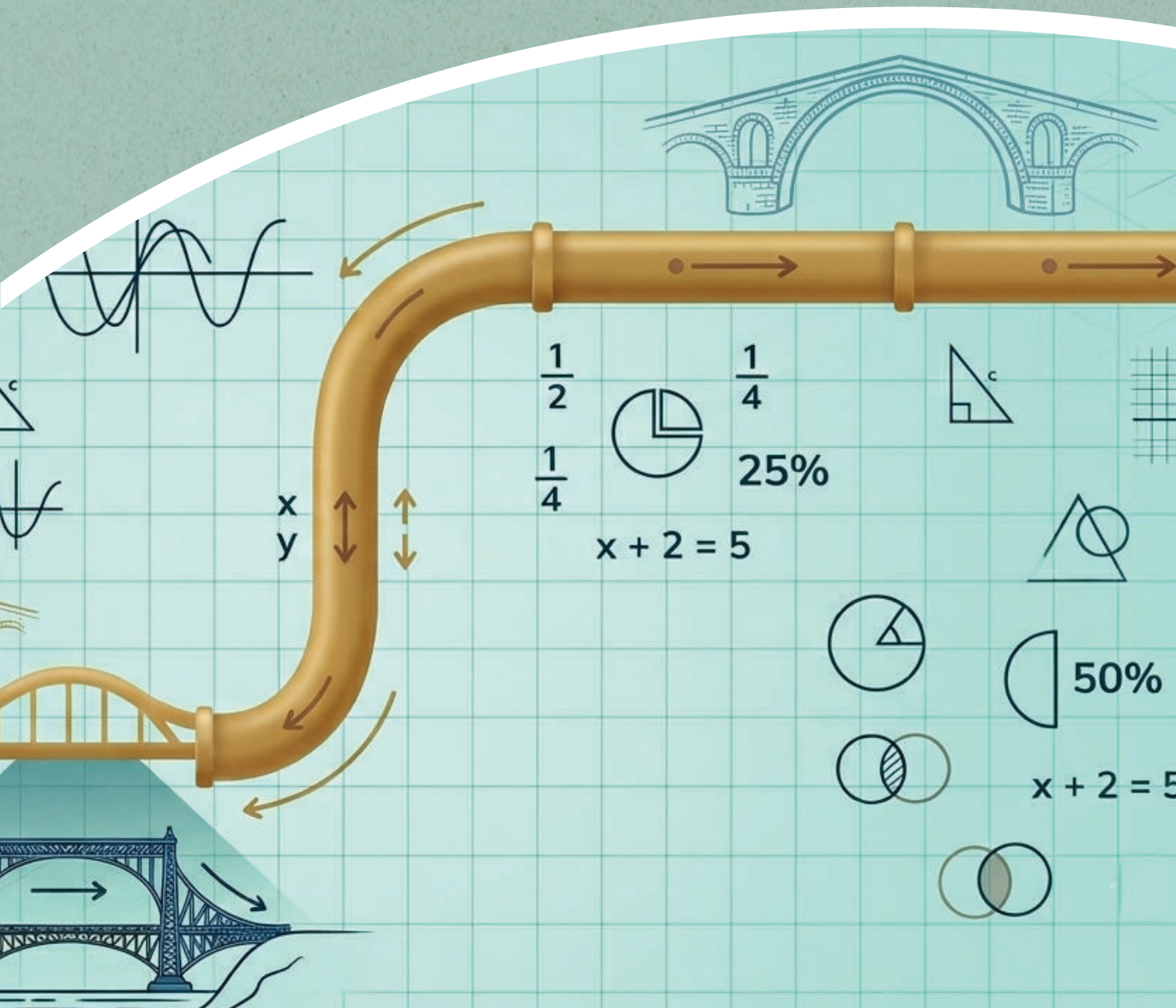
განათლების, მეცნიერებისა და
ახალგაზრდობის სამინისტრო

მათემატიკა 7

მასწავლებლის წიგნი
პირველი ნაწილი



ნანა ჯაფარიძე, ნანი წულაია,
ივანე გოქაძე, ლია გიგაური

მათემატიკა 7

მასწავლებლის წიგნი
პირველი ნაწილი

სახელმძღვანელო შექმნილია
საქართველოს განათლების, მეცნიერებისა და ახალგაზრდობის სამინისტროს მიერ

საქართველოს განათლების, მეცნიერებისა და ახალგაზრდობის სამინისტრო
თბილისი
2026

მათემატიკა
VII კლასი, I ნაწილი
მასწავლებლის წიგნი

საქართველოს განათლების, მეცნიერებისა და ახალგაზრდობის სამინისტრო
პირველი გამოცემა, თბილისი, 2026 წ.

ავტორები:
ნანა ჯაფარიძე
ნანი წულაია
თანაავტორები:
ივანე გოქაძე
ლია გიგაური

საგნის ექსპერტ-კონსულტანტი: ვახტანგ ჯაოშვილი
სამეცნიერო რეცენზენტები: ივანე კვიტაშვილი, ალექსანდრე მესხი
ფსიქოლოგი-მეთოდისტი: ნუცა საღარაძე
რედაქტორი: ქეთი ჩხობაძე
ილუსტრატორი: მაია ფეიქრიშვილი
დამკაბადონებელი: მაია ფეიქრიშვილი
ყდის დიზაინერი: ნინო ხვინგია

სახელმძღვანელოს კომპლექტის შემადგენლობა:
მოსწავლის წიგნი, I და II ნაწილები;
მასწავლებლის წიგნი, I და II ნაწილები.

განათლების, მეცნიერებისა და ახალგაზრდობის სამინისტრო

© საქართველოს განათლების, მეცნიერებისა და ახალგაზრდობის სამინისტრო

სარჩევი

თავი I 10

1. წინა კლასებში შესწავლილი მასალის გამეორება 12
2. სიმრავლე 14
3. სიმრავლეთა თანაკვეთა და გაერთიანება 15
4. უარყოფითი რიცხვები 18
5. რაციონალური რიცხვების შედარება 20
6. რიცხვის მოდული 23
7. რაციონალური რიცხვების შეკრება 28
8. რაციონალური რიცხვების გამოკლება 31
9. რაციონალური რიცხვების გამრავლება-გაყოფა 35
10. არითმეტიკულ მოქმედებათა თვისებები რაციონალური რიცხვებისთვის . . 38
შემაჯამებელი სამუშაო №1 42
I თავის დამატებითი ამოცანები 43

თავი II 46

1. გეომეტრიული ფიგურები 48
2. წრფეების ურთიერთმდებარეობა 52
3. მონაკვეთი 55
4. კუთხე 57
5. კუთხის ბისექტრისა 60
შეამოწმე შენი ცოდნა 62
6. მოსაზღვრე კუთხეები 63
7. ვერტიკალური კუთხეები 65
8. კუთხე ორ წრფეს შორის 68
9. წრფეთა პარალელობის ნიშნები 70
10. პარალელურ წრფეთა თვისებები 72
მეორე თავის დამატებითი ამოცანები 77
შემაჯამებელი სამუშაოს ნიმუში 80

თავი III 82

1. პროცენტი 86
2. რიცხვის პოვნა მისი პროცენტის მიხედვით 89
3. ორი რიცხვის პროცენტული შეფარდება 92
4. ამოცანები პროცენტებზე 95
შეამოწმე შენი ცოდნა №1 98
5. პირდაპირპროპორციული სიდიდეები 98
6. რიცხვის დაყოფა მოცემული რიცხვების პროპორციულ ნაწილებად 101

7. უკუპროპორციული დამოკიდებულება **104**
პროექტი: „პროპორციები ჩვენ ირგვლივ“. **108**
8. განტოლება. **110**
9. განტოლების ამოხსნა **112**
10. ამოცანების ამოხსნა განტოლების მეშვეობით **115**
შემაჯამებელი სამუშაო **№1 (I** ვარიანტი) **119**
შემაჯამებელი სამუშაო **№2 (II** ვარიანტი) **119**
შეფასების სქემა **120**
III თავის დამატებითი ამოცანები **121**

თავი **IV** **124**

1-2. სამკუთხედი, სამკუთხედების კლასიფიკაცია. **126**
3. სამკუთხედის შიგა კუთხეების ჯამი. **129**
4. სამკუთხედის გარე კუთხე. **132**
5. სამკუთხედის მედიანა **134**
6. სამკუთხედის ბისექტრისა **136**
7. სამკუთხედის სიმაღლე **139**
IV თავის დამატებითი ამოცანები: **143**
შემაჯამებელი სამუშაოს ნიმუში. **146**
I ვარიანტი **146**
II ვარიანტი **146**
სსსმ მოსწავლეებისთვის ადაპტირებული აქტივობები. **147**

შესავალი

მე-7 კლასის მათემატიკის სახელმძღვანელოს პირველი ნაწილი აგებულია საბაზო საფეხურის ეროვნული სასწავლო გეგმის მოთხოვნებისა და საგნობრივი სტანდარტის გათვალისწინებით. სახელმძღვანელო ორიენტირებულია მოსწავლეებში ლოგიკური, აბსტრაქტული და კრიტიკული აზროვნების განვითარებაზე, აგრეთვე თეორიული მათემატიკური ცნებების პრაქტიკულ ყოველდღიურობასთან დაკავშირებასა და ფუნქციური უნარ-ჩვევების გამომუშავებაზე.

მოსწავლის სახელმძღვანელოს სტრუქტურა და აგებულება

სახელმძღვანელოს ძირითად სასწავლო ერთეულს წარმოადგენს პარაგრაფი, რომელიც გათვლილია ერთ ან რამდენიმე საგაკვეთილო საათზე. მასში მკაფიოდ არის განსაზღვრული კონკრეტული სასწავლო მიზნები, რომელთა მიღწევასაც ემსახურება წარმოდგენილი თეორიული შინაარსი, აქტივობები და სავარჯიშოები.

მოსწავლეებისთვის წიგნზე დამოუკიდებელი მუშაობის გასაადვილებლად და სასწავლო პროცესის მრავალფეროვნებისთვის, პარაგრაფები დაყოფილია სპეციალურ ფუნქციურ რუბრიკებად, რომლებსაც თან ახლავს შესაბამისი პირობითი ნიშნები:

- **მიზანი:** ყოველი თემის დასაწყისში მკაფიოდ არის ფორმულირებული, თუ რას ისწავლის მოსწავლე მოცემულ პარაგრაფში და რაში გამოიყენებს მიღებულ ცოდნას.
- **პრობლემური ამოცანა:** სპეციალურად შერჩეული ამოცანა, რომლის განხილვა და ამოხსნა მოსწავლეს ეხმარება ახალი სასწავლო თემის არსისა და ძირითადი მათემატიკური ცნებების დამოუკიდებლად აღმოჩენასა და გაგებაში.
- **წყვილებში სამუშაო:** დავალებები, რომლებსაც მოსწავლეები ასრულებენ თანაკლასელთან ერთად, მასწავლებლის ფასილიტაციით. ეს რუბრიკა ავითარებს გუნდური მუშაობის, არგუმენტირებისა და ერთმანეთის მიერ მიღებული ცოდნის კრიტიკულად შეფასების უნარს.
- **კითხვები (?):** თეორიული მასალის მომდევნო კითხვები, რომლებიც მოსწავლეს ეხმარება მიღებული ინფორმაციის გაანალიზებაში, რეფლექსიასა და ცოდნის განმტკიცებაში.
- **სავარჯიშოები / გამეორება:** პრაქტიკული დავალებების ბლოკი, რომელიც განკუთვნილია როგორც საკლასო, ისე საშინაო დამოუკიდებელი მუშაობისთვის. მისი მიზანია ნასწავლი ალგორითმების მყარად ათვისება და განვლილი მასალის სისტემატური გამეორება.
- **ეს საინტერესოა:** რუბრიკა, რომელიც მოსწავლეებს აცნობს მათემატიკის ისტორიიდან საინტერესო ფაქტებსა და აღმოჩენებს, რაც ხელს უწყობს საგნისადმი ინტერესის გაღრმავებას.
- **გეომეტრია ცხოვრებაში:** სთავაზობს მოსწავლეებს რეალურ მაგალითებსა და ფაქტებს, სადაც გეომეტრიული კანონზომიერებები ბუნებრივად ან ადამიანის შემოქმედებით (არქიტექტურა, ხელოვნება) ვლინდება სამყაროში.
- **რა შევისწავლეთ:** პარაგრაფის ბოლო შემაჯამებელი რუბრიკა, სადაც ხდება მიღებული შედეგების გადამოწმება და იმის განსაზღვრა, თუ სად და როგორ გამოიყენება ეს ცოდნა.
- **მოვემზადოთ შემდეგი გაკვეთილისთვის:** მიმართულია ისეთი აქტივობებისა და წინარე მასალის გახსენებაზე, რაც აუცილებელ პირობას წარმოადგენს მომდევნო ახალი თემის წარმატებით ასათვისებლად.

სახელმძღვანელოში ჩანაწერების გასამარტივებლად გამოყენებულია სპეციალური აბრევიატურა ა.პ.თ. (ამოცანის პირობის თანახმად). პარაგრაფები თემატურად გაერთიანებულია თავებად, რომელთაგან თითოეული სრულდება დამატებითი სავარჯიშოებითა და მოკლე მიმოხილვის ბლოკით, რაც მოსწავლეს ცოდნის სისტემატიზაციაში ეხმარება.

მოსწავლის სახელმძღვანელოს შინაარსი (I ნაწილი)

სახელმძღვანელოს პირველი ნაწილი ოთხი ფუნდამენტური თავისგან შედგება:

თავი I – სიმრავლე. რაციონალური რიცხვები: თავი იწყება ისტორიული მიმოხილვით, თუ როგორ ვითარდებოდა ალგებრა და წინა კლასებში შესწავლილი მასალის (წილადები, ათწილადები და მათზე მოქმედებები) გამეორებით. შემდგომ შემოდის სიმრავლის, სიმრავლეთა თანაკვეთისა და გაერთიანების ცნებები. მნიშვნელოვანი ადგილი ეთმობა უარყოფითი რიცხვების შემოტანას, რაციონალური რიცხვების შედარებას, მოდულს და რაციონალურ რიცხვებზე არითმეტიკულ მოქმედებათა (შეკრება, გამოკლება, გამრავლება, გაყოფა) თვისებების შესწავლას.

თავი II – გეომეტრიული ფიგურები. წრფეთა ურთიერთმდებარეობა. კუთხე: ეს თავი საფუძველს უყრის სისტემურ გეომეტრიულ განათლებას საბაზო საფეხურზე. მოსწავლეები ეცნობიან გეომეტრიულ ფიგურებს, წრფეების ურთიერთმდებარეობას, მონაკვეთსა და კუთხეს. დეტალურად განიხილება კუთხის ბისექტრისა, მოსაზღვრე და ვერტიკალური კუთხეები, კუთხე ორ წრფეს შორის, აგრეთვე წრფეთა პარალელობის ნიშნები და პარალელურ წრფეთა თვისებები, რაც ავითარებს მსჯელობისა და თეორემათა დამტკიცების საწყის უნარებს.

თავი III – პროცენტი. პროპორცია. განტოლება: თავი აერთიანებს პრაქტიკული და ალგებრული შინაარსის თემებს. მოსწავლეები შეისწავლიან პროცენტის ცნებას, რიცხვის პოვნას მისი პროცენტის მიხედვით და ამოცანებს პროცენტებზე. აქვე შემოტანილია პირდაპირპროპორციული და უკუპროპორციული სიდიდეები, რიცხვის დაყოფა პროპორციულ ნაწილებად და საინტერესო მასალა ოქროს კვეთაზე. თავის ბოლო ნაწილი სრულად ეთმობა განტოლებას, მის ამოხსნას და ტექსტური ამოცანების გადაჭრას განტოლებების მეშვეობით.

თავი IV – სამკუთხედი: თავი მთლიანად ეთმობა გეომეტრიის ერთ-ერთ ცენტრალურ ფიგურას – სამკუთხედს. მოსწავლეები სწავლობენ სამკუთხედების კლასიფიკაციას, თეორემას სამკუთხედის კუთხეების ჯამის შესახებ და სამკუთხედის გარე კუთხის თვისებებს. განსაკუთრებული ყურადღება ეთმობა სამკუთხედის უმნიშვნელოვანეს ელემენტებს: მედიანას, ბისექტრისასა და სიმაღლეს, მათ თვისებებსა და აგებას.

სახელმძღვანელოს ბოლო ნაწილში წარმოდგენილია I-IV თავების დავალებათა პასუხები, საგნობრივი საძიებელი და წიგნში გამოყენებული მათემატიკური ნიშნების ცხრილი, რაც მოსწავლეს დამოუკიდებელ მუშაობასა და თვითშემოწმებაში ეხმარება.

მასწავლებლის წიგნის კომპონენტები

მასწავლებლის წიგნი წარმოადგენს პედაგოგის მეთოდურ გზამკვლევს სასწავლო პროცესის დაგეგმვის, წარმართვისა და შეფასების ეტაპებზე. გზამკვლევში მოცემულია:

- თითოეული თავის ძირითადი მიზნები და კავშირი ეროვნული სასწავლო გეგმის სტანდარტებთან;
- იმ ცოდნისა და უნარების ჩამონათვალი, რომლებსაც მოსწავლეები შეიძენენ ყოველი პარაგრაფის დასრულებისას;
- დეტალური **მეთოდური რეკომენდაციები**, გაკვეთილის მსვლელობის შესაძლო სცენარები, აქტივობები, პრობლემური ამოცანებისა და ძირითადი რუბრიკების კლასში განხილვის სტრატეგიები;
- მოსწავლის წიგნში მოცემული სავარჯიშოების, ამოცანებისა და დამატებითი დავალებების უმრავლესობის დეტალური ამოხსნები, მეთოდური მითითებები და კომენტარები;
- თითოეული თავის ბოლოს მოცემულია მისაღწევი შედეგების შესამოწმებელი შემაჯამებელი წერების ნიმუშები ორ იდენტური სტრუქტურის მქონე პარალელურ ვარიანტად (სადაც შეცვლილია მხოლოდ რიცხვითი მონაცემები) და მათი შეფასების კრიტერიუმები თუ რუბრიკები, რაც მასწავლებელს ეხმარება მოსწავლეთა მიღწევების ობიექტურ და გამჭვირვალე შეფასებაში.

სპეციალური საგანმანათლებლო საჭიროების მქონე (სსსმ) მოსწავლეთა ინდივიდუალური საჭიროებების გათვალისწინება საგაკვეთილო პროცესში

თუ კლასში სსსმ მოსწავლეა, მასწავლებელი ვალდებულია გაკვეთილი ისე წარმართოს, რომ ეს მოსწავლე დაინტერესებული და დაკავებული იყოს და კლასის სხვა მოსწავლეებიც შესაბამის აქტივობაშიც ჩაერთონ.

სსსმ მოსწავლეებისთვის დავალების ადაპტირება და გამდიდრება უნდა ეფუძნებოდეს არა უბრალოდ დავალების „გამარტივებას“, არამედ კონკრეტული მოსწავლის შესაძლებლობებს, საჭიროებებსა და ინდივიდუალურ სასწავლო მიზნებს. სწავლის სირთულე არ ნიშნავს სწავლის შეუძლებლობას — მოსწავლეები შეიძლება განსხვავებული გზით სწავლობდნენ.

ზოგადი პრინციპი. აქტივობები განკუთვნილია ვიზუალური და პრაქტიკული მუშაობისთვის. ინსტრუქცია, სასურველია, იყოს მოკლე და ეტაპობრივი: 1. აიღე. 2. მონიშნე. 3. შეადარე. 4. ააწყვე 5. თქვი, რას ამჩნევ.

1. დავალების ადაპტირების ძირითადი რეკომენდაციები:
   1. როგორ გავამარტივოთ დავალების პირობა?
      - გამოიყენეთ მოკლე, კონკრეტული და ერთმნიშვნელოვანი ინსტრუქცია.
      - გრძელი დავალება დაყავით მცირე, თანმიმდევრულ ნაბიჯებად.
      - ერთდროულად მიაწოდეთ მხოლოდ ის ინფორმაცია, რომელიც მოსწავლეს კონკრეტულ ეტაპზე სჭირდება.
      - საჭიროების შემთხვევაში, გამოიყენეთ სურათი, სიმბოლო, სქემა, ფერადი მინიშნება ან მაგალითი.
      - რთული ტექსტი გადააკეთეთ მარტივ წინადადებებად.

მაგალითად, ნაცვლად: „წაიკითხე ტექსტი, გააანალიზე მთავარი სათქმელი და დაასაბუთე შენი მოსაზრება“, შეიძლება მივცეთ:

1. წაიკითხე ტექსტი.
2. აირჩიე სწორი პასუხი.
3. თუ შეგიძლია, ახსენი რატომ.

2. დავალების მოცულობის ადაპტირება

საჭიროების შემთხვევაში, შესაძლებელია:

- სავარჯიშოების რაოდენობის შემცირება;
- დავალების შესრულებისთვის დამატებითი დროის მიცემა;
- ერთი დიდი დავალების რამდენიმე მოკლე ნაწილად დაყოფა.

მნიშვნელოვანია, რომ მოცულობის შემცირება არ ნიშნავდეს სწავლის მიზნის ავტომატურად გაუქმებას. ზოგ შემთხვევაში, იცვლება დავალების შესრულების გზა და არა თავად სასწავლო მიზანი.

თუ მოსწავლეს უჭირს წერა, ცოდნის დემონსტრირება შეიძლება შეძლოს:

- ზეპირი პასუხით;
- სურათის არჩევით;
- ბარათების დალაგებით;
- შესაბამისობის დამყარებით;
- პრაქტიკული მოქმედებით;
- კომპიუტერის/ტაბლეტის გამოყენებით;
- ნახატით ან სქემით.

3. როგორ გავამდიდროთ დავალება მაშინ, როცა მოსწავლეს შეუძლია უფრო მეტი.

გამდიდრება არ ნიშნავს უბრალოდ მეტი სავარჯიშოს მიცემას. მისი მიზანია მოსწავლის შესაძლებლობების უფრო მეტად გამოყენება.

მაგალითად, თუ მოსწავლემ უკვე შეძლო:

- მარტივი მაგალითის ამოხსნა → შეუძლია მსგავსი მაგალითის თავად შედგენა;

შესაძლებელია დავალებას დაემატოს:

- არჩევანის გაკეთება;
- პრობლემის გადაჭრა;
- „რატომ?“ და „როგორ?“ ტიპის კითხვები;
- რეალურ ცხოვრებასთან დაკავშირება;
- საკუთარი მაგალითის მოფიქრება;
- თანაკლასელისთვის კითხვის შედგენა;
- ნახაზის, სქემის ან პატარა პრეზენტაციის შექმნა.

განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია ინდივიდუალური მიზნის გათვალისწინება.

სსსმ მოსწავლისთვის დავალების შერჩევისას, სწორი კითხვებია:

რას უნდა მიაღწიოს მოსწავლემ?

→ რა შეუძლია ახლა?

→ რა უჭირს?

→ რა ტიპის დახმარება სჭირდება?

→ როგორ შეძლებს ცოდნის დემონსტრირებას?

→ რა იქნება მისი შემდეგი, მცირე და რეალისტური ნაბიჯი?

ყოველი დავალების ადაპტირებისას შეგიძლიათ გამოიყენოთ ეს მარტივი სქემა:

სასწავლო მიზანი → მოსწავლის შესაძლებლობა → ბარიერი → ადაპტაცია → შესრულების ფორმა → მხარდაჭერა → შეფასება

მაგალითად: მთავარი პრინციპი –

ადაპტირებული დავალება უნდა იყოს არა „უფრო მარტივი დავალება“, არამედ იმავე სასწავლო მიზნისკენ მიმავალი მოსწავლისთვის ხელმისაწვდომი გზა. ხოლო გამდიდრებული დავალება უნდა აძლევდეს შესაძლებლობას, მოსწავლემ თავისი არსებული უნარები უფრო მაღალ დონეზე გამოიყენოს.

თემა	ტიპური დავალება	ადაპტირებული დავალება	გამდიდრება
მთელი რიცხვები	გამოთვალეთ: –8 + 13 – 6	გამოთვალეთ ეტაპობრივად: –8 + 13 = 5; 5 – 6 = -1	შეადგინეთ მსგავსი მაგალითი, რომლის პასუხია 5
პროცენტები	პროდუქტის ფასი 80ლარია. რა ეღირება 15%-იანი ფასდაკლების შემდეგ?	ჯერ იპოვე 10% და შემდეგ 5%. შემდეგ კი შეკრიბე და გამოაკელი საწყის ფასს.	შეადარე 10%, 15%, და 20%-იანი ფასდაკლებები
პროპორცია	3 : 5 = x : 20	3/5 = x/20 5x = 60 x = …	მოიფიქრეთ რეალური ცხოვრებისეული მაგალითი პროპორციაზე
ალგებრული გამოსახულება	გაამარტივეთ: 3x +5 – 2x + 7	დააჯგუფეთ მსგავსი წევრები: 3x – 2x + 5 + 7 = x + 12	შეადგინეთ გამოსახულება, რომლის გამარტივებული სახეა x + 12
განტოლება	ამოხსენით განტოლება: 3x + 7 = 22	3x + 7 = 22 3x = 22 – 7 3x = 15 x = 15 : 3 x = 5 შეამოწმე პასუხი: 3 · 5 = 15; 15 + 7 = 22	მოიფიქრე განტოლება, რომლის ამონახსნია x = 5
გეომეტრია			
გეომეტრიული ფიგურები	დახაზე AB წრფე; CD სხივი; MN მონაკვეთი.	იპოვე ოთახში ისეთი რამ, რაც წრფეს გავს.	დასვი სამი წერტილი და ჩამოთვალე ყველა მონაკვეთი,რომელიც მათ აერთებს.
წრფეთა ურთიერთ-მდებარეობა	ყველა მოსწავლეს დაურიგდეს ორ-ორი ჩხირი. დავალება:დადეთ ისე, რომ გადაიკვეთონ, რაც არ უნდა გავაგრძელოთ არ გადაიკვეთონ.	დადეთ ისე, რომ გადაიკვეთონ და ოთხივე კუთხე იყოს ტოლი.	დახაზეთ a და b გადამკვეთი წრფეები. დახაზეთ წრფე c, ისე, რომ ის იყოს a-ს პარალელური და b-ს კვეთდეს.
კუთხე და მისი სახეები	მაჩვენე ორივე ხელის აწევით: მახვილი კუთხე,ბლაგვი კუთხე, გაშლილი კუთხე.	დახაზე ტრანსპორტირით 350°-იანი და 145°-იანი კუთხეები.რას შეადგენს მათი ჯამი?	დარიგებულ ბარათებზე დახაზულია კუთხეები: გაზომე ტრანსპორტირით და შეადარე მართ კუთხეს.
მოსაზღვრე და ვერტიკალური კუთხეები.	დახაზე ორი გადამკვეთი წრფე მონიშნე ვერტიკალური კუთხეების ერთი წყვილი წითლად და მეორე წყვილი მწვანედ.	თუ კუთხე 30°-ია, რისი ტოლია მისი მოსაზღვრე კუთხე? ვერტიკალური კუთხე?	დაასახელე კუთხე, რომელიც თავისი მოსაზღვრე კუთხის ტოლია.
სამკუთხედი და მისი სახეები.	დარიგებულ ბარათებზე დახაზულია სამკუთხედები. შეადარეთ სამკუთხედების კუთხეები რვეულის კუთხეს და დაადგინეთ სამკუთხედის სახე.	როგორია სამკუთხედი, რომლის კუთხეებია:80°, 80° და 20°.	რამდენი მართი კუთხე შეიძლება იყოს სამკუთხედში?
სამკუთხედის კუთხეების ჯამი	მოსწავლეები ჭრიან ფურცლებიდან ნებისმიერ სამკუთხედს, სამივე კუთხეს ღებავენ სხვადასხვა ფერით. ჭრიან კუთხეებს და აწყობენ გვერდიგვერდ.	თუ სამკუთხედის ორი კუთხე 50°-ია, რისი ტოლია მესამე კუთხე? გამოთვლა ჩატარდეს ორ ეტაპად.	სამკუთხედის კუთხეების შეფარდებაა-1:2:3. რა სახისაა სამკუთხედი?

თავი I

თემატური ბლოკი: რიცხვები და მოქმედებები		
სამიზნე ცნებები	შედეგის მიღწევის ინდიკატორები	საკითხები/ქვესაკითხები
მათემატიკური მოდელი	- მთელი, რაციონალური რიცხვების წაკითხვა, ჩაწერა ეკვივალენტური ფორმით; - რეალურ ცხოვრებაში სხვადასხვა საკვლევი, სამეცნიერო საკითხისა თუ ყოფითი მოვლენის განხილვისას სიდიდეების წარმოდგენა შესაბამისი რიცხვითი მახასიათებლებით; ყოველდღიურ ცხოვრებაში სხვადასხვა სიტუაციების მოდელირება რიცხვითი გამოსახულების გამოყენებით	**სიმრავლეები** - სიმრავლის ელემენტები; ქვესიმრავლე; ტოლი სიმრავლეები; - მოქმედებები სიმრავლეებზე (თანაკვეთა, გაერთიანება); ცარიელი სიმრავლე - ვენის დიაგრამის მეშვეობით მოქმედებების წარმოდგენა; - ვენის დიაგრამის მეშვეობით ამოცანების ახმოხსნა. - რეალური სიტუაციის მოდელირება ვენის დიაგრამის საშუალებით.
კანონზომიერება	რაციონალური რიცხვების შედარება, დამრგვალება, წარმოდგენა რიცხვით ღერძზე, რიცხვების თვისებების გამოკვლევა ათობითი პოზიციური სისტემის გამოყენებით; რიცხვითი გამოსახულების მნიშვნელობის გამოთვლა სხვადასხვა სტრატეგიით, მოქმედებათა თვისებების, მოქმედებათა თანმიმდევრობისა და მათ შორის კავშირების/ კანონზომიერების გამოყენებით; სიდიდეებსა და მათ ერთეულებს შორის თანაფარდობის გამოთვლა; სიდიდის ცვლილებასთან მასშტაბთან დაკავშირებული ამოცანების ამოხსნისას კანონზომიერების აღმოჩენა; ერთ სისტემაში მოცემული ერთეულის სხვა სისტემის ერთეულით გამოსახვა.	**რიცხვები** - ნატურალური რიცხვები; - მთელი რიცხვები; - რაციონალური რიცხვები (არაუარყოფითი, უარყოფითი); - რიცხვითი ღერძი; რიცხვის მოდული (მოდულის თვისებები, გეომეტრიული აზრი); მოქმედებები რიცხვებზე; - რიცხვის წარმოდგენა სხვადასხვა ფორმით და კავშირი მათ შორის; - რიცხვითი გამოსახულების გამარტივება/ მოქმედებათა თანმიმდევრობა; - რიცხვების წარმოდგენა რიცხვით ღერძზე, შედარება; - რიცხვით მიმდევრობაში კანონზომიერების აღმოჩენა და შემდეგი წევრის პოვნა.

ლოგიკა/ლოგიკური მსჯელობა	• რიცხვების შედარება, დალაგება, კლასიფიკაცია შესაბამისი ნიშნის, წესის გამოყენებით და აღნიშნული წესის ახსნა; • რიცხვებს შორის დამოკიდებულებებზე და მათ თვისებებზე მარტივი დებულებების ჩამოყალიბება და დასაბუთება; • რიცხვებზე მოქმედებათა თვისებების, ამ მოქმედებებს შორის კანონზომიერების შემჩნევა/დასაბუთება; • რიცხვების გამოყენებით სიდიდეებს შორის დამოკიდებულებებისა და მიმართებების აღწერა, დასაბუთება, წესების ფორმულირება/ახსნა;	

სწავლის შედეგები: 1. საკვლევი ობიექტის, პროცესის, სიტუაციის, მოვლენის აღმწერი **მათემატიკური მოდელის** შექმნა, აგება და მისი გამოყენება შესაბამისი პრობლემის გადასაჭრელად, მიღებული შედეგების წარდგენა და ვიზუალიზაცია ციფრული ტექნოლოგიების გამოყენებით, მოვლენის ანალიზისა და შესწავლისთვის.

2. რიცხვებში, მიმართებების, დამოკიდებულებების (მათ შორის, ფუქნციური დამოკიდებულებების) და კანონზომიერებების აღმოჩენა, აღწერა, გაგრძელება, გამოყენება მათემატიკური მოდელის შექმნა და გამოყენება მათემატიკური, საბუნებისმეტყველო ან ყოველდღიური მოვლენების გასააზრებლად, პროგნოზირებისა და პრობლემის გადასაჭრელად.

3. ლოგიკური მსჯელობა, შესაბამისი სიმბოლოებისა და ტერმინების გამოყენება მათემატიკური ობიექტების, მათი თვისებების და მათ შორის მიმართებების დასაბუთებისა და ახსნისთვის; რეალური მოვლენის, მათემატიკური ობიექტების განხილვისას მიზეზ-შედეგობრივი კავშირების დადგენა ინდუქციური ან დედუქციური მსჯელობის გამოყენებით; ინფორმაციის ანალიზი და მიღებული დასკვნების ლოგიკური დასაბუთება. მსჯელობის პროცესის განვითარება, ალტერნატიული გზების მოძიება, მიღებული გადაწყვეტილებების სისწორისა და ეფექტიანობის შეფასება რეალური და მათემატიკური პრობლემის გადაჭრისთვის;

საკვანძო შეკითხვები:

- რით განსახვავდება და როგორ ურთიერთკავშირშია ნამდვილ რიცხვთა ქვესიმრავლეები: ნატურალური რიცხვების, მთელი რიცხვების, რაციონალური რიცხვების, დადებითი რიცხვების, უარყოფითი რიცხვების?
- რა კავშირია რიცხვის წარმოდგენის ფორმებს შორის? როგორ შეიძლება სხვადასხვა ფორმით წარმოდგენილი რიცხვების დაკავშირება?
- როგორ გვეხმარება რიცხვებზე მოქმედებათა თვისებები რიცხვითი გამოსახულებების მნიშვნელობის გამოთვლისას?
- როგორ ახსნით, რომ ერთი რიცხვის მეორეზე გაყოფით შესაძლოა მიიღოთ გასაყოფზე მეტი რიცხვი?
- როგორ გამოვიყენებთ რიცხვების თვისებებს/რაოდენობრივ მსჯელობას პირადი ხარჯთაღრიცხვის წარმოებასთან დაკავშირებული ან მეცნიერების სხვა დარგებიდან მომდინარე ამოცანების ამოხსნისას?

1. წინა კლასებში შესწავლილი მასალის გამეორება

გაკვეთილი 1

გაკვეთილის თემა: წილადები და მათზე მოქმედებები.

გაკვეთილის ტიპი: ძველი მასალის გახსენება და სისტემაში მოყვანა.

გაკვეთილის მიზანია: გავახსენოთ მოსწავლეებს ჩვეულებრივი წილადები და მათზე მოქმედებები, გაიხსენონ წილადის ძირითადი თვისება, ჩაწერონ მოცემულის ტოლი წილადი. კარგად გაიაზრონ, რომ შერეული რიცხვების ა) შეკრებისას, ჯერ შეკრიბონ მთელი რიცხვები და შემდეგ წილადი ნაწილები, ბ) გამრავლებისას, გადააქციონ არაწესიერ წილადებად და ასე გადაამრავლონ. განსაკუთრებული ყურადღება მიაქციონ მოქმედებათა შესრულების თანამიმდევრობას.

სასურველია გაკვეთილზე შესრულდეს: №1; 2; ...; 6 (ბ, დ), ასევე №8 და №9 დავალებები; დანარჩენი კი – საშინაო დავალებად.

გაკვეთილი 2

გაკვეთილის თემა: ათწილადები და მათზე მოქმედებები.

გაკვეთილის ტიპი: ძველი მასალის გახსენება და სისტემაში მოყვანა.

გაკვეთილის მიზანია: გავახსენოთ მოსწავლეებს ათწილადები და მათზე მოქმედებები. მნიშვნელოვანია, მოსწავლე სწორად კითხულობდეს და წერდეს ათწილადის სახით ჩაწერილ რიცხვებს, შეეძლოს ათწილადის ჩაწერა ჩვეულებრივი წილადის სახით და პირიქით.

ერთობლივი მოქმედებების შესრულებისას სწორად განსაზღვრონ, როგორ უფრო მოსახერხებელია, მოქმედების შესრულება ჩვეულებრივ წილადებში, თუ ათწილადებში

სასურველია გაკვეთილზე შესრულდეს: №1; №2; №3; №5.

დავალება: №1; №2; №3; №4; №6.

ამოხსნები და მითითებები:

5. პირველი მილი 1 სთ-ში აავსებს აუზის $\frac{1}{4}$ ნაწილს, მეორე კი – $\frac{1}{5}$ ნაწ. ორივე 1 სთ-ში აავსებს $\frac{1}{4}+\frac{1}{5}=\frac{9}{20}$ ნაწ. აუზის 0,9 ნაწილს ორივე აავსებს $0{,}9:\frac{9}{20}=2$ სთ-ში.

სასურველია, ამ ამოცნის ამოხსნისას მოსწავლეებს ყურადღება მივაქცევინოთ იმ ფაქტზე, რომ **შესასრულებელი სამუშაო = მუშაობაზე დახარჯული დრო· მუშაობის სიჩქარეზე.**

გაკვეთილი 3

გაკვეთილის თემა: ჩვეულებრივი წილადის გადაქცევა ათწილადად.

გაკვეთილის ტიპი: ძველი მასალის გახსენება და სისტემაში მოყვანა.

მოსწავლემ უნდა შეძლოს ჩვეულებრივი წილადის ათწილადის სახით ჩაწერა ორი სხვადასხვა ხერხით:

1. მოცემული წილადის მნიშვნელი წარმოადგინოს 10-ის ხარისხის სახით;
2. მრიცხველი გაყოს მნიშვნელზე.

განსაკუთრებული ყურადღება უნდა გამახვილდეს იმაზე, რომ სანამ მოსწავლე შეუდგება წილადის ათწილადად გადაქცევას, მანამდე გაიაზროს, შესაძლებელია თუ არა მოცემული წილადის ჩაწერა სასრული ათწილადის სახით.

მოსწავლეებმა უნდა შეძლონ, მრავალმოქმედებიან მაგალითებში განსაზღვრონ, როგორ უფრო მოსახერხებელია, თან შესაძლებელიც მოქმედება შეასრულონ ჩვეულებრივ წილადებში თუ ათწილადებში.

სასურველია გაკვეთილზე შესრულდეს დავალებები: №№ 1; 2; 4; 6; 7.

დავალება: №№1; 2; 3; 5; 8.

ამოხსნები და მითითებები:

4. 50 წთ = $\frac{5}{6}$ სთ. ანა დავალებების შესრულებას ანდომებს: $(1\frac{1}{3} + 0{,}75 + \frac{5}{6})$ სთ.

როცა ერთი შესაკრები მაინც არ გადაიქცევა ათწილადად, მაშინ მოქმედებები უნდა შესრულდეს ჩვეულებრივ წილადებში. $0{,}75 = \frac{3}{4}$;

$$1\frac{1}{3} + \frac{3}{4} + \frac{5}{6} = 1\frac{4+9+10}{12} = 2\frac{11}{12}.$$

პასუხი: $2\frac{11}{12}$.

8. $\square \cdot 2{,}6 = 10 - 0{,}64$; $\square \cdot 2{,}6 = 9{,}36$; $\square = 9{,}36 : 2{,}6$; $\square = 3{,}6$.

გაკვეთილი 4

გაკვეთილის თემა: რიცხვითი გამოსახულება. ასოითი გამოსახულება.

გაკვეთილის ტიპი: ძველი მასალის გახსენება და სისტემაში მოყვანა.

მოსწავლემ უნდა შეძლოს იპოვოს რიცხვითი გამოსახულების მნიშვნელობა, ასევე ასოითი გამოსახულების მნიშვნელობა, ასოს მოცემული მნიშვნელობისთვის. შეძლოს მსგავსი წევრების ამოცნობა და მათი შეერთება.

სასურველია, გაკვეთილზე შესრულდეს: №1; №3; №4; №6.

დავალება: ყველა დანარჩენი.

ამოხსნები და მითითებები:

3. ა) $(a + b) : 4$; ბ) $a + 2b$; გ) $a^2 - 3b$; დ) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$.

6. ა) $5a + b - 3a = 2a + b = 2 \cdot 4{,}3 + 8{,}2 = 16{,}8$.

გაკვეთილი 5

გაკვეთილის თემა: ამოცანები წილადებზე.

გაკვეთილის ტიპი: ძველი მასალის გახსენება და სისტემაში მოყვანა.

გაკვეთილის მიზანია, გაიხსენონ მოსწავლეებმა, თუ როგორ იპოვონ რივხვის წილადი ნაწილი, ასევე იპოვონ რიცხვი, თუ ცნობილია მისი წილადი ნაწილი, და ერთი რიცხვი რა ნაწილია მეორის.

სასურველია, გაკვეთილზე შესრულდეს: №1; №2; №3; №5; №7; №9.

დავალება: ყველა დანარჩენი.

ამოხსნები და მითითებები:

5. პროექტი დატოვა $125-75=50$ კონკურსანტმა. ვიპოვოთ 50 რა ნაწილია 125-ის, $\frac{50}{125}=0,4$.

6. x-ის $\frac{1}{3}=600$, $x=600\cdot 3=1800$. პასუხი: 1800 ₾.

7. თამარი 1 წმ-ში დგამს $\frac{4}{5}$ ნაბიჯს, ნინი კი – $\frac{6}{7}$ ნაბიჯს. აქ კარგი იქნება, თუ შევახსენებთ წილადების შედარებას: 1-მდე $\frac{6}{7}$-ს $\frac{1}{7}$ აკლია, $\frac{4}{5}$-ს კი $\frac{1}{5}$. რადგან $\frac{1}{7}$ ამიტომ $\frac{6}{7}$, ე.ი. ნინი უფრო სწრაფად დადის, ვიდრე თამარი.

ეს ამოცანა შესაძლებელია ასეც ამოვხსნათ: უ.ს.ჯ.(5;7)=35. 35 წმ-ში თამარი გადადგამს 28 ნაბიჯს, ნინი კი 30 ნაბიჯს. ნინი უფრო სწრაფია.

9. პირველ დღეს წაიკითხა $175\cdot\frac{2}{5}=70$ (გვ.). მეორე დღეს დარჩა წასაკითხი $175-(70+50)=55$.

10. ა) 80გ შენადნობში ვერცხლი იქნება: $80\cdot 0,24=19,2$ (გ), ოქრო კი $80-19,2=60,8$ (გ). ოქრო მეტია ვერცხლზე 41,6 გ-ით;

ბ) თუ ავიღებთ xგ შენადნობს, მაშინ მასში 0,24x გ ვერცხლი იქნება და 0,76x გ ოქრო.

$0,76x-0,24x=65$

$0,52x=65$

$x=125$ (გ)

2. სიმრავლე

გაკვეთილი 6

გაკვეთილის თემა: სიმრავლე.

გაკვეთილის ტიპი: ახალი მასალის ახსა.

გაკვეთილის მიზანია: მოსწავლეებისთვის სიმრავლისა და სიმრავლის ელემენტის ცნების გაცნობა. ელემენტების კუთვნილების ამოცნობისა და ჩაწერის უნარების განვითარება. შეძლონ სასრული და უსასრულო, ცარიელი სიმრავლის შესაბამისი მაგალითების მოყვანა. იპოვონ მოცემული სიმრავლის ქვესიმრავლე. შეძლონ მოცემული სიმრავლისა და მისი ქვესიმრავლის ეილერის წრეების საშუალებით გამოსახვა.

დაგეგმილი შედეგები: მოსწავლეები გაეცნობიან სიმრავლეს, შეძლებენ სიმრავლის ელემენტების დასახელებას; ქვესიმრავლის მოძებნას. გაარჩევენ ერთმანეთისგან სასრულ და უსასრულო ქვესიმრავლეებს.

ძირითადი ცნებები: სიმრავლე; უსასრულო სიმრავლე; სასრული სიმრავლე; ცარიელი სიმრავლე; სიმრავლის ელემენტი; ქვესიმრავლე.

აქტივობა: სასურველია, ამ თემაზე საუბარი დავიწყოთ იმით, თუ როგორ ესმით მათ სიტყვა „სიმრავლე“, სად და რა კონტექსტში გაუგიათ ეს სიტყვა, რას შეიძლება უწოდონ სიმრავლე, სთხოვეთ, მოიყვანონ შესაბამისი მაგალითები. შემდეგ კი ავუხსნით, რომ სიმრავლე ისეთი ცნებაა, რომელიც არ განიმარტება, რადგან არ არსებობს მასზე მარტივი ცნება, რომლის საშუალებითაც შესაძლებელი იქნებოდა მისი განმარტება. რომ სიმრავლე მოცემულია ან მისი ელემენტების ჩამოთვლით, ან ამ ელემენტების მახასიათებელი თვისებების მითითებით,

ანუ ისეთი თვისებებისა, რომელიც აქვს ამ სიმრავლის ყველა ელემენტს და მხოლოდ მათ. თან მოვუყვანოთ შესაბამისი მაგალითები, მაგ., ჩვენი კლასის მოსწავლეთა სიმრავლე, შინაური ცხოველების სიმრავლე, სიმრავლე, რომლის ელემეტია რიცხვი „2“ და სხვ. აქვე გავაცნობთ, თუ რა არის სიმრავლის ელემენტი. ვთხოვოთ მოსწავლეებს, თავადაც მოიყვანონ სიმრავლის მაგალითები. დაასახელონ სიმრავლე, რომელიც შეიცავს სამ, ოთხ ელემენტს, არც ერთ ელემენტს – საჭიროების შემთხვევაში, დავეხმაროთ. გავაცნოთ ჩანაწერი $a \in A$, $a \notin A$, $A \subset B$. ყურადღება გავამახვილოთ, რომ ცარიელი სიმრავლე ნებისმიერი სიმრავლის ქვესიმრავლეა, ასევე ნებისმიერი A სიმრავლისთვის სამართლიანია $A \subset A$. ყურადღება გამახვილდეს სწორი მათემატიკური მეტყველების კულტურაზე.

სასურველია, გაკვეთილზე გაირჩეს: №1; №4 №5; №7; №9.

დავალება: №2; №3; №6; №8; №10.

ამოხსნები და მითითებები:

5. ა) $A = \{a;b;c\}$ სიმრავლის ორელემენტიანი ქვესიმრავლეებია $\{a;b\}$; $\{a;c\}$; $\{b;c\}$ – სულ სამი ქვესიმრავლეა.

ბ) $A = \{a;b;c;d\}$ სიმრავლის ორელემენტიანი ქვესიმრავლეებია $\{a;b\}$; $\{a;c\}$; $\{a;d\}$; $\{b;c\}$; $\{b;d\}$; $\{c;d\}$ – სულ 6 ქვესიმრავლე.

6. ა) $\{2;3;5;7\}$ ოთხელემენტიანი სიმრავლეა.

9. ციფრი ერთნიშნაა, ამიტომ 264 უნდა წარმოადგენდეს ერთნიშნა რიცხვების ნამრავლს $264 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 11$. რადგან ერთ-ერთი გამყოფი არის ორნიშნა რიცხვი, ასეთი რიცხვი არ იარსებებს. კარგი იქნება, თუ აქვე მივცემთ ასეთ დავალებას:

ახლა, შევადგინოთ რიცხვი რომლის ციფრთა ნამრავლია 24 და ვიპოვოთ ასეთი რიცხვებიდან უმცირესი.

განხილული ამოცანის შემდეგ მოსწავლეები მიხვდებიან, რომ $24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$, ე.ი. ასეთი რიცხვია 2223. მაგრამ ამოცანის მეორე ნაწილმა შეიძლება დააფიქროს. დავეხმაროთ შეკითხვებით: ორნიშნა რიცხვი მეტია თუ სამნიშნა? ერთნაირნიშნიან რიცხვებში რომელია ნაკლები? როგორ ფიქრობთ, შესაძლებელია თუ არა, მოიფიქროთ სამნიშნა, ან ორნიშნა, ან ერთნიშნა რიცხვი, რომლის ციფრთა ნამრავლი ისევ 24 იქნება. შესაძლოა დასახელდეს ასეთი რიცხვები: 423; 243; 234; 83 და ალბათ, რომელიმე მაინც დაასახელებს სწორ პასუხს – 38-ს.

3. სიმრავლეთა თანაკვეთა და გაერთიანება

გაკვეთილი 7

გაკვეთილის თემა: სიმრავლეთა თანაკვეთა და გაერთიანება.

გაკვეთილის ტიპი: ახალი მასალის ახსნა.

გაკვეთილის მიზანი: მოსწავლეებმა შეძლონ იპოვონ სიმრავლეთა გაერთიანება და თანაკვეთა. გაიაზრონ, რას ნიშნავს, ელემენტი ეკუთვნის სიმრავლეთა გაერთიანებას, თანაკვეთას. შეძლონ სიმრავლეთა გაერთიანებისა და თანაკვეთის გამოსახვა ეილერ-ვენის დიაგრამების საშუალებით.

დაგეგმილი შედეგები: განსაზღვრავენ, რომელი ელემენტი ეკუთვნის სიმრავლეთა გაერთიანებას, რომელი – თანაკვეთას. იპოვიან მოცემული სიმრავლეების გაერთიანებას და თანაკვეთას.

ძირითადი ცნებები: სიმრავლეთა თანაკვეთა; გაერთიანება.

აქტივობა: გაკვეთილი იწყება საშინაო დავალების შემოწმებით, გაირჩევა გაუგებარი ამოცანები. წინარე ცოდნის გააქტიურების მიზნით, სასურველია, დაისვას ასეთი შეკითხვები:

- როგორ აღინიშნება სიმრავლე? სიმრავლის ელემენტი?
- როგორ სიმრავლეს ვუწოდებთ ცარიელ სიმრავლეს? სასრულ სიმრავლეს? უსასრულო სიმრავლეს?
- როგორ ჩაიწერება a ელემენტია A სიმრავლის? a არ არის A სიმრავლის ელემენტი?
- როგორ იკითხება ჩანაწერი $A \subset B$? $A \not\subset B$?
- რას ნიშნავს, ა) A სიმრავლე არის B სიმრავლის ქვესიმრავლე? ბ) A სიმრავლე ტოლია B სიმრავლის?
- რა შემთხვევაში შესრულდება ტოლობა $A \subset A$?

ვთხოვოთ მოსწავლეებს, წაიკითხონ პარაგრაფის დასაწყისში მოცემული ამოცანა და შეეცადონ, გასცენ პასუხი დასმულ შეკითხვას. საჭიროების შემთხვევაში, დავეხმაროთ შეკითხვებით:

1. თუ 18 მოსწავლე, სპორტითაა დაკავებული, მაშინ რამდენი მოსწავლე იქნება დაკავებული **მხოლოდ** მუსიკით? პასუხი: $25 - 18 = 7$.

ახლა კი სხვაგვარად შევხედოთ:

2. თუ მუსიკით დაკავებულია 15 მოსწავლე, მაშინ რამდენი მოსწავლე იქნება **მხოლოდ** სპორტით დაკავებული? პასუხი: $25 - 15 = 10$.
3. რამდენი მოსწავლეა დაკავებული **მხოლოდ** სპორტით ან მუსიკით? პასუხი: $7 + 10 = 17$.
4. რამდენი მოსწავლეა დაკავებული სპორტითაც და მუსიკითაც? პასუხი: $25 - 17 = 8$. ამის შემდეგ განვმარტოთ ორი სიმრავლის თანაკვეთა და გაერთიანება, პარალელურად ვაჩვენოთ მოსწავლეებს ამ ოპერაციების სქემატური გამოსახულებაც ეილერ-ვენის დიაგრამებით. სასურველია, გაკვეთილზე გაირჩეს: №№ 1; 2; 4; 6.

კარგი იქნება, თუ გაკვეთილის ბოლოს მიღებული ცოდნის 5-წუთიან შეჯამებას მოსწავლეებს ასეთი ფორმით მივაწოდებთ „**დაასრულეთ წინადადება**“:

- ► A და B სიმრავლეები ტოლია, თუ ...
- ► A და B სიმრავლეთა საერთო ელემენტებისაგან შედგენილ სიმრავლეს ეწოდება ....
- ► სიმრავლეს, რომელიც შეიცავს, როგორც A ასევე B სიმრავლის ყველა ელემენტს და მხოლოდ მათ, A და B სიმრავლეთა ...
- ► ცარიელი სიმრავლე არის ქვესიმრავლე ...

დავალება: №3; 5; 7; 15.

გაკვეთილი 8

გაკვეთილის თემა: სიმრავლეთა თანაკვეთა და გაერთიანება.

გაკვეთილის ტიპი: ცოდნის განმტკიცება.

გაკვეთილის მიზანი: მოსწავლეებმა შეძლონ სიმრავლეთა გაერთიანებისა და თანაკვეთის პოვნა და მისი გამოსახვა ვენის დიაგრამებით, ასევე მარტივტექსტიანი ამოცანების ამოხსნა ვენის დიაგრამების საშუალებით.

დაგეგმილი შედეგები: რეალური, ცხოვრებისეული სიტუაციების აღსაწერად შეძლებენ გამოიყენონ სიმრავლეები და მათი გაერთიანებისა და თანაკვეთის გამოსახვას ეილერ-ვენის დიაგრამების საშუალებით.

აქტივობა: გაკვეთილი იწყება საშინაო დავალების შემოწმებით, გაირჩევა გაუგებარი ამოცანები. წინარე ცოდნის გააქტიურების მიზნით, სასურველია, დაისვას შეკითხვები:

- როგორ შევადგინოთ ორი სიმრავლის თანაკვეთა;
- როგორ შევადგინოთ ორი სიმრავლის გაერთიანება;
- როგორ გამოვსახოთ ეილერ – ვენის დიაგრამებით ორი სიმრავლის თანაკვეთა? გაერთიანება?

- დაასრულეთ წინადადება: ა) თუ $a \in A \cup B$, მაშინ $a \in \ldots$; ბ) თუ $a \in A \cap B$, მაშინ $a \in \ldots$.
- რა შემთხვევაში იქნება ორი სიმრავლის თანაკვეთა ცარიელი სიმრავლე?
- რა შემთხვევაში შესრულდება ტოლობა: ა) $A \cap B = A$; ბ) $A \cup B = A$.

გავარჩიოთ პარაგრაფში გარჩეული ამოცანა (მაგალითი 2).

დაფაზე ვწერთ ამოცანის მოცემულობას (მოკლე ჩანაწერს). მოსწავლეებს შევთავაზოთ, რომ ამოცანა ამოვხსნათ ვენის დიაგრამების გამოყენებით. ყურადღება გავამახვილოთ იმ ფაქტზე, რომ ამოცანის პირობაში ფიგურირებს ტურისტთა ორი სიმრავლე, რომლებსაც აქვთ არაცარიელი თანაკვეთა (რამდენიმე ტურისტმა იცის ორივე ენა), ამიტომ ვენის დიაგრამის შედგენისას შესაბამისმა წრეებმა ერთმანეთი უნდა გადაკვეთონ, ამათ გარდა, არის კიდევ მესამე სიმრავლე, ესაა ყველა ტურისტისაგან შედგენილი სიმრავლე, რომლის ქვესიმრავლეც არის ზემოთ მითითებული ორი სიმრავლე. ამიტომ ტურისტთა სიმრავლის შესაბამისი წრე უნდა მოიცავდეს სიმრავლეთა შესაბამის ორ წრეს.

ასეთი (და შემდგომში კიდევ სხვა) ამოცანების ამოხსნა მიახვედრებს მოსწავლეებს, თუ როგორ მარტივდება ამოცანების ამოხსნა დიაგრამების, ცხრილების თუ სხვა სქემების საშუალებით.

განსაკუთრებული ყურადღება მივაქციოთ მოსწავლეებში სწორი მათემატიკური ენით მეტყველებას.

სასურველია, გაკვეთილზე გაირჩეს: №№ 8; 9; 12; 13.

დავალება: №№ 10; 11; 14; მოვემზადოთ შემდეგი გაკვეთილისთვის 1; 2.

ამოხსნები და მითითებები:

1. ა) $A \cup B = \{0; 2; 4; 7; 8; 19; 21; 40\}$;
ბ) $A \cap B = \{0; 19\}$.

4. უსჯ (4; 6) = 12, შესაბამისად სიმრავლე იქნება 200-ზე ნაკლები 12-ის ჯერადი რიცხვების სიმრავლე. ცხადია მისი უმცირესი ელემენტი იქნება 12.

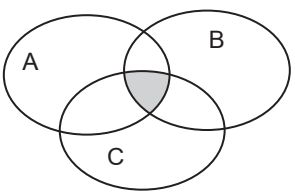
8. რადგან კლასში 18 მოსწავლე სწავლობს ფრანგულს, რომლებშიც შედიან ის მოსწავლეები, ვინც გერმანულსაც სწავლობენ, ამიტომ $18 - 8 = 10$ მოსწავლე სწავლობს მხოლოდ ფრანგულს. შესაბამისად დანარჩენი ყველა სწავლობს გერმანულ ენას $25 - 10 = 15$.
პას.: 15 მოსწავლე.

9. ა) იმისათვის, რომ გაერთიანებაში შევიდეს რაც შეიძლება ბევრი ელემენტი, საჭიროა თანაკვეთა იყოს ცარიელი (საერთო ელემენტები არ ჰქონდეთ). ამიტომ სამელემენტიანი და ხუთელემენტიანი სიმრავლეების გაერთიანებაში მაქსიმუმ იქნება 3+5=8 ელემენტი;

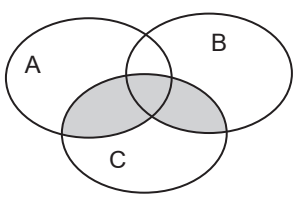
ბ) ამ შემთვევაში კი პირიქით, რაც მეტი საერთო ელემენტი ექნებათ, მით ნაკლები ელემეტი აღმოჩნდება გაერთიანებაში. ამ სიმრავლეების გაერთიანებით მიიღება მინიმუმ ხუთელემენტიანი სიმრავლე.

სასურველია, დიაგრამების დახმარებით მოსწავლეებმა თავად შეაფასონ, რომ ეს მოხდება იმ შემთხვევაში, როდესაც ერთი სიმრავლე მეორის ქვესიმრავლეა.

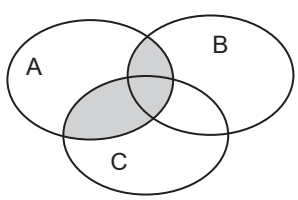
10. ა)



ბ)



გ)



12. სოფელში $120 + 94 = 214$ ოჯახს ჰყავს მხოლოდ ერთი ცხოველი, ანუ $320 - 214 = 106$ ოჯახს ჰყავს ძროხაც და ცხვარიც.
ძროხა ჰყავს $120 + 106 = 226$ ოჯახს (ან $320 - 94 = 226$ ოჯახს);
ცხვარი ჰყავს $94 + 106 = 200$ (ან $320 - 120 = 200$ ოჯახს).
სასურველია, სქემატურად გამოსახონ დიაგრამებით.

14. ა) $2(x - 2{,}6) - 1 = 3; \rightarrow 2(x - 2{,}6) = 3 + 1; \rightarrow 2(x - 2{,}6) = 4; \rightarrow x - 2{,}6 = 4 : 2 \rightarrow$
$\rightarrow x - 2{,}6 = 2; \rightarrow x = 2 + 2{,}6; \rightarrow x = 4{,}6.$

15. ა) $3a + 1$. რადგან კ · კ = კ · კ + 1 = ლ.

4. უარყოფითი რიცხვები

გაკვეთილი 9

გაკვეთილის თემა: უარყოფითი რიცხვები.
გაკვეთილის ტიპი: ახალი მასალის შესწავლა.
გაკვეთილის მიზანი: მოსწავლეებს გავაცნოთ, რომ გარდა ნატურალური რიცხვებისა, არსებობენ კიდევ სხვა რიცხვებიც„, რიცხვები ნულს ქვემოთ“, რომლებსაც უარყოფით რიცხვებს უწოდებენ. შეძლებენ უარყოფითი რიცხვების წარმოდგენას რიცხვით ღერძზე, და იპოვონ რიცხვით ღერძზე მდებარე წერტილის შესაბამისი კოორდინატი.
დაგეგმილი შედეგები: მოსწავლეები ისწავლიან დადებითი და უარყოფითი რიცხვების ჩაწერას და წაკითხვას; რიცხვითი ღერძის აგებას,დადებითი და უარყოფითი რიცხვების გამოსახვას რიცხვით ღერძზე, და რიცხვით ღერძზე წერტილის კოორდინატის პოვნას.
ძირითადი ცნებები: დადებითი და უარყოფითი რიცხვები; რიცხვითი ღერძი; წერტილის კოორდინატი; მთელ რიცხვთა სიმრავლე; რაციონალურ რიცხვთა სიმრავლე.
აქტივობის აღწერა:
გაკვეთილი იწყება საშინაო დავალების შემოწმებით. გაირჩევა გაურკვეველი საკითხები დავალებიდან. სასურველია კლასში გაირჩეს ამოცანა რუბრიკიდან„ მოვემზადოთ მომდევნო გაკვეთილისთვის“. რადგან მოსწავლეებმა უკვე იციან ნატურალური რიცხვების გამოსახვა რიცხვით სხივზე, იციან, რომ ყოველ ნატურალურ რიცხვს რიცხვით სხივზე შეესაბამება ერთადერთი წერტილი, ამიტომ, მათ ეს დავალება შესრულებული ექნებათ, თუმცა კარგი იქნება დამატებით ასეთი კითხვების დასმა.

- ა) თუ ერთ უჯრას შევუსაბამებთ რიცხვს 1-ს, მაშინ რა იქნება A და B წერტილების კოორდინატები?
- როგორ ფიქრობთ რისი ტოლი იქნება C წერტილის, D წერტილის კოორდინატი?
- შესაძლებელია თუ არა მათი კოორდინატები გამოვსახოთ ნატურალური რიცხვებით? (10წთ)

მიღებული საინტერესო პასუხების მიღების შემდეგ მოსწავლეები, მუშაობენ პარაგრაფის დასაწყისში მოცემული პრობლემული სიტუაციის ამოცანაზე და უკვე ადვილად დაინახავენ, თუ რამდენად საჭიროა „რიცხვების ნულს ქვემოთ“ შემოღება. (5 წთ)
მასწავლებელს უკვე შეუძლია დაასახელოს გაკვეთილის თემა და მიზანი. აჩვენებს როგორ აღინიშნება „რიცხვები ნულს ქვემოთ“ და რომ ასეთ რიცხვებს უწოდებენ უარყოფით რიცხვებს. განუმარტავს რიცხვით ღერძს და მოსწავლეთა დახმარებით პოულობს მოცემული რიცხვის (რიცხვების) შესაბამის წერტილს რიცხვით ღერძზე და, პირიქით, რიცხვით ღერძზე მოცემული წერტილის კოორდინატს (სავარჯიშო: №1; 2; 3 – ა; ბ; გ; დ).

მასწავლებელი სთხოვს მოსწავლეებს, იმუშაონ პარაგრაფში მოცემულ წყვილებისთვის განკუთვნილ ამოცანებზე (15წთ).

მასწავლებელს უკვე შემოაქვს მთელი რიცხვის განმარტება. აჩვენებს, თუ რა არის მთელ რიცხვთა, ასევე რაციონალურ რიცხვთა სიმრავლე, და მათ შორის დამოკიდებულებას.

ახალი მასალის განმტკიცების მიზნით, გაკვეთილზე გაირჩევა აგრეთვე სავარჯიშო: №4-ა); №6-ა); №8 (15წთ)

დაასრულეთ წინადადება:

► რიცხვითი ღერძი ეწოდება წრფეს, რომელზეც არჩეულია ...

► რიცხვით ღერძზე არსებობს ორი მიმართულება: ...

► რიცხვით ღერძზე უარყოფითი რიცხვები მდებარეობენ ...

► თუ K(–4), ნიშნავს ...

► მთელი რიცხვებია ...

► რაციონალურ რიცხვთა სიმრავლეს ქმნიან ...

საშინაო დავალება: დარჩენილი სავარჯიშოები.

ამოხსნები და მითითებები:

1. მოსწავლეებს ვთავაზობთ სიტუაციის მოდელირებას ვერტიკალურ რიცხვით ღერძზე.

- რიცხვითი ღერძის ათვლის სათავე მივიჩნიოთ საწყის წერტილად.
- ზემოთ მოძრაობა გამოისახება დადებითი რიცხვებით.
- ქვემოთ მოძრაობა გამოისახება უარყოფითი რიცხვებით.

თუ ლოკოკინა გადაადგილდება ზემოთ/წინ მიმართულებით, ვმოძრაობთ ღერძის დადებითი მიმართულებით, ხოლო საპირისპირო მიმართულებით – უარყოფითი მიმართულებით.

0-დან ვიწყებთ მოძრაობას, დღის განმავლობაში გადავდივართ +50 ნიშნულზე, ღამით უკან ვბრუნდებით 45 ერთეულით. მოსწავლე აკვირდება რიცხვით ღერძს და ადგენს ლოკოკინას საბოლოო მდებარეობას ა) +5; ბ) –5.

4. ბ) ანუ თბილისში ყველაზე დაბალი ტემპერატურა დაფიქსირებულია –23°C (23 გრადუსი ყინვა), ყველაზე მაღალი კი 42°C (სითბო)

7. მოსწავლეებს ვუხსნით, რომ ტემპერატურის ცვლილება შეგვიძლია გამოვსახოთ მოძრაობით რიცხვით ღერძზე

- საწყისი ტემპერატურა არის (რიცხვით ღერძზე ვნიშნავთ 3-ს).
- ტემპერატურა დაეცა +5°C-ით (5 ერთეულით გადავინაცვლებთ მარცხნივ: 3 → 2 → 1 → → 0 → –1→ –2) ვჩერდებით –2-ზე.
- შემდეგ მოიმატა +3°C-ით, გადავდივართ მარჯვნივ: –2 → –1 → 0 → 1.
- შემდეგ ისევ დაიწია -ით გადავდივართ მარცხნივ: 1 → 0 → –1 → –2 → –3 → –4.

პას.: –4°C.

მასწავლებლის კითხვები:

- როდესაც ტემპერატურა იკლებს, რომელ მხარეს ვმოძრაობთ რიცხვით ღერძზე?
- როდესაც იზრდება?
- რომელ წერტილში გავჩერდით ბოლოს?

9. რადგან სხვაობა 12,5-ით ნაკლებია საკლებზე, ეს იმას ნიშნავს, რომ მაკლებია 12,5. შესაბამისად სხვაობა იქნება 12,5 + 3,2 = 15,7.
პას: 15,7.

მოვემზადოთ შემდეგი გაკვეთილისთვის:

1. ა) გავახსენოთ წილადის ძირითადი თვისება და ჯერ გავაერთმნიშვნელიანოთ: $\frac{5}{8} = \frac{15}{24}$, ამის შემდეგ შევადარებინოთ როგორც ტოლმნიშვნელიანი წილადები $\frac{15}{24} < \frac{17}{24}$, საიდანაც ვღებულობთ, რომ $\frac{5}{8} < \frac{17}{24}$.

ბ) ანალოგიურად, $\frac{3}{7} = \frac{33}{77}$ და $\frac{5}{11} = \frac{35}{11}$, საიდანაც ვასკვნით, რომ $\frac{33}{11} < \frac{35}{11}$, ე.ი. $\frac{3}{7} < \frac{5}{11}$.

მეთოდური რეკომენდაციები: ნატურალური რიცხვები მოსწავლის ცნობიერებაში ძალიან ბუნებრივად შემოდის, ხოლო უარყოფითი რიცხვის აღქმა მისთვის შედარებით რთულია, ამიტომ მნიშვნელოვანია, კარგად დავანახოთ ბავშვებს უარყოფითი რიცხვების როლი ცხოვრებაში. პარაგრაფში მოყვანილი ნიმუშების გარდა, სასურველია, კიდევ სხვა მსგავსი მაგალითების მოყვანა, თუნდაც ჭის სიღრმე მიწის ზედაპირიდან(თუ მიწის ზედაპირს 0-ოვან დონედ მივიჩნევთ), ტბის ფსკერი და სხვა. სთხოვეთ, თავადაც მოიფიქრონ მსგავსი მაგალითები.

მნიშვნელოვანია, მოსწავლემ გაიაზროს, რომ რიცხვითი ღერძის აგებისას აუცილებელია მასზე მონიშნოს ათვლის სათავე, ერთეული მონაკვეთი და დადებითი მიმართულება და მხოლოდ ამის შემდეგ შეძლებს იგი მასზე დადებითი თუ უარყოფიღი რიცხვების მონიშვნას და მათი კოორდინატის პოვნას.

5. რაციონალური რიცხვების შედარება

გაკვეთილი 10

გაკვეთილის თემა: რაციონალური რიცხვების შედარება.
გაკვეთილის ტიპი: ახალი მასალის ახსნა.
გაკვეთილის მიზანი: მოსწავლეებმა შეძლონ რაციონალური რიცხვების შედარება რიცხვითი ღერძის გამოყენებით. შეადარონ ერთმანეთს როგორც დადებითი, ასევე უარყოფით რიცხვები; შეძლონ ნებისმიერი რაციონალური რიცხვის შედარება ნულთან.
დაგეგმილი შედეგები: მოსწავლეები ისწავლიან შეადარონ ერთმანეთს რიცხვითი ღერძის გამოყენებით უარყოფითი რიცხვები, უარყოფითი და დადებითი რიცხვები, შეადაროს რაციონალური რიცხვი ნულს.
აქტივობის აღწერა: გაკვეთილი იწყება საშინაო დავალების შემოწმებით. გაირჩევა გაურკვეველი საკითხები დავალებიდან. ყურადღება გავამახვილოთ დავალების ამოცანაზე რუბრიკიდან „მოვემზადოთ მომდევნო გაკვეთილისთვის“. წინარე ცოდნის გააქტიურების მიზნით, შესაძლებელია დაისვას შეკითხვები:

- რას ეწოდება რიცხვითი ღერძი?
- რას ნიშნავს ჩანაწერი A(5)? B(–3)?
- დაასახელეთ, $\frac{2}{3}$; –5; 0; 0,5; –17 რიცხვებიდან რომელია მთელ რიცხვთა სიმრავლის ელემენტი და რომელია რაციონალურ რიცხვთა სიმრავლის ელემენტი?

- როგორ შევადაროთ ერთმანეთს დადებითი რიცხვები?
- როგორაა განლაგებული რიცხვით სხივზე ორი განსხვავებული დადებითი რიცხვის შესაბამისი წერტილები?

რომელიმე მოსწავლეს ვთხოვოთ დაფაზე, რიცხვით სხივზე გვიჩვენოს, მაგ. A(3) და B(3,5) წერტილები და სხვ . ----------(10წთ)

ვთხოვოთ მოსწავლეებს, იმუშაონ პარაგრაფის დასაწყისში მოცემული პრობლემური სიტუაციის ამსახველ ამოცანაზე. საჭიროების შემთხვევაში, დავეხმაროთ, მივუთითოთ, რომ შეარჩიონ მასშტაბი. მაგალითად, ერთ უჯრის სიგრძე მიიღონ 50 მ-ად.

ამის შემდეგ, მოსწავლეები (საჭიროების შემთხვევაში, მასწავლებლის დახმარებით) შეძლებენ გამოიტანონ დასკვნა, თუ როგორაა შესაძლებელი რაციონალური რიცხვების შედარება

რიცხვითი ღერძის გამოყენებით. ---------- (15წთ)

შესაბამისად გავაცნოთ რომ წაგება, ვალი, ზარალი ასოცირდება უარყოფით რიცხვებთან ხოლო მოგება კი დადებით რიცხვებთან. ვავარჯიშოთ მოსწავლეები ჩანაწერზე „მეტია“, „ნაკლებია“, „მეტია ან ტოლია“, „ნაკლებია ან ტოლიას“ ნიშნების გამოყენებითი.

სასურველია, გაკეთილზე გაირჩეს: სავარჯიშო: № 1; 2(ა); 3 (ა); 4; 5 (ა,ბ,გ);

დავალება: №2; 3; 8; 9; 14; 15.

გაკვეთილი 11

გაკვეთილის თემა: რაციონალური რიცხვების შედარება.

გაკვეთილის ტიპი: ცოდნის გამტკიცება.

გაკვეთილის მიზანი: განვამტკიცოთ და გავაღრმავოთ მიღებული ცოდნა რაციონალური რიცხვების შედარებაზე.

დაგეგმილი შედეგები: მოსწავლეები ისწავლიან რაციონალური რიცხვების შედარებას.

აქტივობა: გაკვეთილი იწყება საშინაო დავალების შემოწმებით. გაირჩევა გაურკვეველი საკითხები დავალებიდან. ყურადღება გავამახვილოთ, გადავამოწმოთ დავალება №5-ის შესრულების სისწორე – მოსწავლეებს კიდევ ერთხელ მივაქცევინოთ ყურადღება არამკაცრ უტოლობის ნიშნების გამოყენებაზე. მაგ, „არ არის ნაკლები 5-ზე“ – ნიშნავს, რომ ეს რიცხვი 5-ზე ნაკლები არ არის, ე.ი. მეტია ან ტოლია 5-ის; „არ არის მეტი 5-ზე“, ე.ი. 5-ზე მეტი არ არის, მაშასადმე„ რიცხვი ნაკლებია ან ტოლი 5-ის“. წინარე ცოდნის გააქტიურების მიზნით, შესაძლებელია დაისვას შეკითხვები:

- რომელ რიცხვთა სიმრავლეს წარმოადგენს რაციონალურ რიცხვთა სიმრავლე?
- როგორ შევადაროთ რაციონალური რიცხვები?
- რომელი წერტილი მდებარეობს რიცხვით ღერძზე უფრო მარჯვნივ?

კარგი იქნება, თუ მოსწავლეებს მივცემთ ასეთ დავალებას: მონიშნეთ რიცხვით ღერძზე A(3), B(7), M(–9), N(–7), E(12) და F(–5); Q(2); P(–13) წერტილები. ვთხოვოთ მოსწავლეებს დააკვირდნენ ამ წერტილების განლაგებას რიცხვით ღერძზე და გამოთქვან მოსაზრება, როგორ, რა კანონზომიერებით არიან განლაგებული წერტილები რიცხვით ღერძზე? მოსალოდნელი პასუხები:უარყოფითი რიცხვების შესაბამისი წერტილები განლაგებულია 0-ის მარცხნივ, დადებითის – 0-ის მარჯვნივ; ზრდის მიხედვით; კლებით (ზოგიერთი მარჯვნიდან მარცხნივ წაიკითხავს); კითხვა:

- აბა, კარგად დააკვირდით, მონიშნული წერტილებიდან რომლის კოორდინატია ყველაზე დიდი? მცირე? პასუხს მარტივად გასცემენ E(12); P(-13).
- დადებითკოორდინატებიანი წერტილებიდან რომელია უფრო შორს ათვლის სათავიდან? პასუხი: E(12).

უარყოფითკოორდინატებიანი წერტილებიდან რომელია უფრო შორს ათვლის სათავიდან? ყველაზე ახლოს? პასუხი: P(–13); F(–5).

ვთხოვოთ მოსწავლეებს ახსნან პასუხი.

მოსწავლეები მიხვდებიან, რომ დადებითი რიცხვებიდან მეტია ის, რომლის შესაბამისი წერტილი რიცხვით ღერძზე უფრო შორს მდებარეობს, ხოლო უარყოფითი რიცხვებიდან მეტია, ის რომლის შესამამისი წერტილი უფრო ახლოს არის და ნაკლებია ის რიცხვი, რომლის შესაბამისი წერტილი რიცხვით ღერძზე ყველაზე შორს არის.

ყურადღება გავამახვილოთ (თან გადავამოწმებთ) რამდენად სწორად ადგენენ მოსწავლეები სიტყვიერად ჩამოყალიბებული წინადადებების მათემატიკურ მოდელს. მაგ. შეგვიძლია დაფასთან გამოვიყვანოთ ორი მოსწავლე და ვთხოვოთ ჩაწერონ: მინუს სამი ნაკლებია 2-ზე, ან a არ აღემატება b-ს და სხვ; ან რამდენიმენაირად წაიკითხონ წინადადება:„7≥b“ და ა.შ.

სასურველია, გაკვეთილზე გაირჩეს სავარჯიშოები: № 1; 4; 5 (ე); 6 (ა); 7 (ა); 10 (ა; გ); 12 (ა; დ).

დაასრულეთ წინადადება:

► ორი რაციონალური რიცხვიდან მეტია ის რიცხვი, რომლის ...

► ნებისმიერი დადებითი რიცხვი მეტია ...

► 0 მეტია ...

► 0 ნაკლებია ....

დავალება: № 7; 10; 11; 14; 12; მოვემზადოთ შემდეგი გაკვეთილისთვის

ამოხსნები და მითითებები:

2. დახაზეთ რიცხვითი ღერძი, მონიშნეთ A(–6) და B(–2) წერტილები. ნახაზის დახმარებით შეაფასეთ რომ A წერტილი უფრო მარცხნივ მდებარეობს ვიდრე B.

მოსწავლეები დააკავშირებენ, რომ -6<-2 ანუ, ის წერტილია უფრო მარცნივ, რომლის კოორდინატიც ნაკლებია.

ბ) –9,2 < 2. ე.ი. M წერტილი უფრო მარცხნივ მდებარეობს, ვიდრე N.

3. მითითება: დაალაგეთ ფაქტები ქრონოლოგიურად ანუ უძველესიდან უახლესამდე. შევთავაზოთ რიცხვითი ღერძის გამოყენებაც, რისი დახმარებით უფრო გაუმარტივდებათ ძვ. წ-ით წლების შეფასება.

5. გ) a არ არის დადებითი, ანუ უარყოფითია ან ნულის ტოლი: $a \le 0$.

გავამახვილოთ ყურადღება გავრცელებულ შეცდომაზე:

!!! არ არის დადებითი ანუ უარყოფითია.

ე) $a \ge 6$.

6. განვმარტოთ, რომ ზრდის მიხედვით დალაგება გულისხმობს რიცხვების დალაგებას მცირედან დიდისკენ. შესაძლებელია, თვალსაჩინოებისთვის გამოიყენოთ რიცხვითი ღერძიც:

ა) –3; –2,5; $-\frac{1}{5}$; 0; 2.

7. განვმარტოთ, რომ კლების მიხედვით დალაგება გულისხმობს რიცხვების დალაგებას დიდიდან მცირესკენ. შესაძლებელია თვალსაჩინოებისთვის გამოიყენოთ რიცხვითი ღერძიც:

ა) –18 ; $-9\frac{2}{5}$; –2; 0; $3\frac{5}{9}$.

8. ა) 3; 4; 5; 6; ბ) –5; –4; –3; –2; –1.

9. ბ) შეკითხვის ფორმულირება მოვახდინოთ სხვადასხვაგვარად, მაგალითად, დავასახელოთ: $-5\frac{3}{7}$-სა და 0-ს შორის მთელი რიცხვები: –5; –4; –3; –2; –1, ანუ სულ 5 რიცხვი.

11. ბ) მოსწავლეები შენიშნავენ, რომ რიცხვები თანდათან იკლებს. საჭიროების შემთვევაში, გავამახვილებინოთ ყურადღება კლების კანონზომიერებაზე (რიცხვით ღერძზე, ყოველი მომდევნო რიცხვი 5 ერთეულით მარცხნივაა წინა რიცხვთან შედარებით), შესაბამისად, მომდევნო სამი რიცხვი იქნება: –23; –28; –33.

12. ა) მცდარია, საკმარისია მოუყვანოთ ერთი მაგალითი: $-1 > -2$, თუმცა –1 უარყოფითია. რამდენიმე მოსწავლეს დაასახელებინეთ სხვა მაგალითები, რომლებიც წინადადების მცდარობას ადასტურებს;
დ) ჭეშმარიტია, რადგან თუ რიცხვი –10-ზე ნაკლებია, ყველა ასეთი რიცხვი რიცხვით ღერძზე მდებარეობს –10-ის მარცხნივ, 0 კი – მარჯვნივ. შესაბამისად –10-ზე ნაკლები ყველა რიცხვი 0-ის მარცხნივ იქნება.

14. ა) $M \cup N$ გაერთიანება მინიმუმ შეიძლება შეიცავდეს 70 ელემენტს (იმ შემთხვევაში, თუ), ხოლო მაქსიმუმ $50 + 70 = 120$ ელემენტს (იმ შემთხვევაში, როდესაც $M \cap N = \varnothing$), სასურველია, თვალსაჩინოებისთვის ვენის დიაგრამების გამოყენებაც.
პასუხი: 70; 71; 72; . . . 120.

მეთოდური რეკომენდაციები: ყურადღება გავამახვილოთ ნულისა და დადებითი, ნულისა და უარყოფითი რიცხვების შედარებაზე, ასევე დადებითი და უარყოფითი რიცხვის შედარებაზე, კიდევ ერთხელ მეტყველების (სწორი მათემატიკური ენით) კულტურაზე.

6. რიცხვის მოდული

გაკვეთილი 12

გაკვეთილის თემა: რიცხვის მოდული.
გაკვეთილის ტიპი: ახალი მასალის ახსნა.
გაკვეთილის მიზანი: გავაცნოთ მოსწავლეებს მოპირდაპირე რიცხვების განმარტება. შეძლონ რაციონალური რიცხვის მოდულის პოვნა, გაიაზრონ რიცხვის მოდულის როგორც ალგებრული, ასევე გეომეტრიული განმარტება.
დაგეგმილი შედეგები: მოსწავლეები ისწავლიან რიცხვის მოდულის პოვნას.
ძირითადი ცნებები: მოპირდაპირე რიცხვები; რიცხვის მოდული.
აქტივობა: გაკვეთილი იწყება საშინაო დავალების შემოწმებით. გაირჩევა გაურკვეველი საკითხები დავალებიდან. მას შემდეგ, რაც მოსწავლეები გაარჩევენ პრობლემურ ამოცანა 2-ს და მიხვდებიან, რომ ამ რიცხვების შესაბამისი წერტილები თანაბრად არიან დაშორებული ათვლის სათავიდან (იგივე სიტუაციაა აღწერილი პირველ ამოცანაშიც), შეგიძლიათ მოსწავლეებს სთხოვოთ, დაასახელონ იმავე თვისების მქონე კიდევ სხვა რიცხვებიც და მონიშნონ ისინი რიცხვით ღერძზე.

უკვე შემოვიტანოთ რიცხვის მოდულის განმარტება (გეომეტრიული). ამის შემდეგ შეგვიძლია მოსწავლეებს ვთხოვოთ, შეასრულონ დავალება წყვილებში. დავალების

შესრულების შემდეგ ვთხოვოთ მოსწავლეებს, დააკვირდნენ ცხრილში მიღებულ შედეგებს უპასუხონ შემდეგ შეკითხვებს.

- თუ რიცხვი დადებითია, მაშინ როგორია მისი მოპირდაპირე რიცხვი? მისი მოდული?
- როგორი დამოკიდებულებაა დადებით რიცხვსა და მის მოდულს შორის?
- რას უდრის უარყოფითი რიცხვის მოდული?
- როგორ ფიქრობთ, თუ დადებითი რიცხვის მოდული თვით ამ რიცხვის ტოლია, მაშინ რატომ არის უარყოფითი რიცხვის მოდული მისი მოპირდაპირე რიცხვი?

თუ ბოლო შეკითხვაზე პასუხი ზოგიერთს გაუჭირდებათ, შევახსენოთ მოდულის განმარტება, რომ მოდული არის **მანძილი ...** , ორ წერტილს შორის მანძილი კი დადებითი რიცხვია.

კიდევ ერთი შეკითხვა: ე.ი. თუ a რიცხვი უარყოფითია, რას უდრის მისი მოდული, რაც იგივეა მისი მოპირდაპირე რიცხვი? პასუხი: –a-ს.

სასურველია გაკვეთილზე გაირჩეს სავარჯიშო: №№ 1; 2 (ა), (გ); 3 (ა, გ, ე, ზ); 4 (ა, ბ); 10.

დაასრულეთ წინადადება:

► a რიცხვის მოდული ეწოდება მანძილს ....

► დადებითი რიცხვის მოდული ტოლია ...

► უარყოფითი რიცხვის მოდული ტოლია ...

► ნებისმიერი რიცხვის მოდული არის ...

► მოპირდაპირე რიცხვების მოდულები ...

დავალება: №№ 1; 2; 3; 4; 5; 15.

მეთოდური რეკომენდაციები: კარგი იქნება, თუ რიცხვის მოდულის გეომეტრიულ განმარტებას განსაკუთრებულ ყურადღებას დავუთმობთ, რადგან ვიზუალური აღქმა ყოველთვის მნიშვნელოვნად ამარტივებს საკითხის გაგებას. ასევეა მოდულის შემთხვევაშიც. რადგან მოდული განმარტებულია როგორც მანძილი, მაშასადამე ნებისმიერი რიცხვის მოდული იქნება არაუარყოფითი რიცხვი. მოსწავლეებს განსაკუთრებით უჭირთ $|a| = -a$, $a < 0$, ამიტომ განსაკუთრებით უნდა მიექცეს ყურადღება ამ ტოლობის აღქმას, რაშიც ალბათ დაგეხმარებათ ზემოთ მოცემული მითითება – „თუ $a < 0$, მაშინ მისი მოდული a-ს მოპირდაპირე (დადებითი) რიცხვია. a რიცხვის მოპირდაპირე კი არის –a, ე.ი. $|a| = -a$“.

გაკვეთილი 13

გაკვეთილის თემა: რიცხვის მოდული.

გაკვეთილის ტიპი: ცოდნის განმტკიცება.

გაკვეთილის მიზანი: ამოცანების ამოხსნისას მოდულის თვისებების გამოყენების უნარის განვითარება; სწავლისადმი პასუხისმგებლიანი დამოკიდებულების გამომუშავება.

დაგეგმილი შედეგები: მოსწავლეები შეძლებენ მოდულის თვისებების გამოყენებას ამოცანების ამოხსნისას.

ძირითადი ცნებები: მოპირდაპირე რიცხვები; რიცხვის მოდული; მოდულის თვისებები.

აქტივობა: საშინაო დავალების შემოწმება, დავალებიდან გაურკვეველი საკითხების გარჩევა. წინარე ცოდნის გააქტიურების მიზნით, სასურველია, დავსვათ შეკითხვები:

- რას ეწოდება მოპიდაპირე რიცხვები? რიცხვის მოდული?
- შესაძლებელია თუ არა, რომ განსხვავებული რიცხვების მოდულები იყოს ტოლი?
- როგორი რიცხვების მოდულებია ტოლი?

- რისი ტოლია დადებითი რიცხვის მოდული? ნულის მოდული? უარყოფითი რიცხვის მოდული?
- დაასახელეთ ისეთი რიცხვები, რომელთაგან: ა) მეტი რიცხვის მოდული ნაკლები იქნება ნაკლები რიცხვის მოდულზე, როცა რიცხვები სხვადასხვანიშნებიანია; ბ) ნაკლები რიცხვის მოდული მეტი იქნება მეტი რიცხვის მოდულზე, როცა რიცხვები ერთნაირნიშნებიანია.
- რომელია მეტი $|a|$ თუ $|b|$, როცა ა) $a > b > 0$, ბ) $a < b < 0$. პასუხი დაასაბუთეთ.

კონკრეტული მაგალითების განხილვით დაასაბუთებენ, რომ ორი უარყოფითი რიცხვიდან მეტია ის, რომლის მოდულიც ნაკლებია, რადგან ის უფრო ნაკლები მანძილითაა და შორებული ათვლის სათავიდან, რაც იგივეა, რომ ის უფრო მარჯვნივ მდებარეობს დიდი მოდულის მქონე რიცხვზე.

დაფაზე გაირჩევა №7; №8; №9 (გ; ვ). №9-ის ამოხსნისას კიდევ ერთხელ ვეკითხებით: დაასახელეთ რიცხვები, რომელთა მოდული 5-ის ტოლია, პასუხი: 5 და –5, მაშასადამე, რის ტოლი უნდა იყოს $x + 2$? პასუხი: 5 ან –5. უკვე მოსწავლე ადვილად შეძლებს დაწეროს შესაბამისი განტოლებები და ამოხსნას კიდეც. განსაკუთრებით საინტერესო აღმოჩნდება ბავშვებისათვის ამავე ნომრის ვ) განტოლება. კითხვა: როგორი რიცხვია რიცხვის მოდული? პასუხი: არაუარყოფითი.ე.ი. როგორი რიცხვებია განტოლების მარცხენა მხარის თითოეული შესაკრები? პასუხი: არაუარყოფითი. რომელი არაუარყოფითი რიცხვების ჯამია 0-ის ტოლი? პასუხი: როცა ორივე 0-ის ტოლია. წერენ შესაბამის განტოლებებს და ხვდებიან, რომ ორივე შესაკრები ნულის ტოლი x-ის ერთსა და იმავე მნიშვნელობებისთვის არ ხდება, ამრიგად, განტოლებას ამონახსენი არ აქვს.

გაკვეთილზე, სასურველია, კიდევ გაირჩეს: №№ 11; 12; 13.

დავალება: №№ 9; 10; 14, 16; მოვემზადოთ შემდეგი გაკვეთილისთვის.

ამოხსნები და მითითებები:

2. ა) $a = -3,5 \quad |a| = |-3,5| = 3,5 = a$; ბ) $b = -2\frac{1}{2} \quad |b| = \left|-2\frac{1}{2}\right| = 2\frac{1}{2}$ ანუ $b < |b|$.

დამატებითი კითხვებით დავაკავშიროთ 0, დადებითი და უარყოფითი რიცხვი მის მოდულთან.

3. ზ) $|-99| : \left|-\frac{9}{2}\right| - |-22| = 99 : \frac{9}{2} - 22 = 22 - 22 = 0$.

4. ა) 3; 5; –8 მოსწავლეები გააცნობიერებენ, რომ ამ შეკითხვაზე თითოეულ მათგანს შესაძლოა განსხვავებული პასუხი ჰქონდეს.

5. გ) ბიჭების წლოვანებებს შორის სხვაობა არ მიუთითებს, მათ შორის რომელია უფროსი (უმცროსი), შესაბამისად, მხოლოდ იმ ინფორმაციით, რომ თომა 17 წლისაა, შეუძლებელია მათეს ზუსტი ასაკის გამოთვლა.

6. $|a| < 5$ (ე.ი რიცხვით ღერძზე a რიცხვი 5-ზე ნაკლები მანძილით არის დაშორებული სათავიდან) ანუ ჩამოთვლილი პასუხებიდან აუცილებლად მცდარი იქნება $a = 5$.

8. ბ) $|x| > 2$, x-ის თითოეული მნიშვნელობა ჩავსვათ და შევამოწმოთ უტოლობის ჭეშმარიტება:
$|-5| = 5 > 2$ (ჭ) $|-0,4| = 0,4 > 2$ (მც) $|3| = 3 > 2$ (ჭ) $|11| = 11 > 2$ (ჭ). პას.: –5; 3; 11.
იგივე დავალება შეიძლება შევასრულებინოთ გეომეტრიული ინტერპრეტაციით.

9. ბ) $|x-1|=4$, ე.ი. $x-1=4$, $x=5$ ან $x-1=-4$, $x=-3$.

ვ) $|x-2|+|x-5|=0$. იმისათვის, რომ ტოლობა შესრულდეს, თითოეული მოდული 0-ის ტოლი უნდა იყოს, რაც ერთდროულად ერთი და იგივე x-სთვის არ მიიღწევა, ამიტომ შეუძლებელია პასუხი: ამონახსნი არ აქვს.

11. $|m-3{,}2|+6$ გამოსახულების მნიშვნელობა უმცირესი რომ იყოს, $|m-3{,}2|$ უნდა იყოს უმცირესი (ანუ 0), ე.ი. $m-3{,}2=0$ ანუ $m=3{,}2$.
ხოლო გამოსახულების უმცირესი მნიშვნელობა იქნება 6.

12. დავხაზოთ რიცხვითი ღერძი, მოვნიშნოთ შესაბამისი წერტილები A(–10) და B(7). A წერტილიდან სათავემდე მანძილი 10 ერთეულია, ამიტომ ჭიანველა სათავემდე მიაღწევს 10: 2 = 5 წუთში.
B წერტილიდან სათავემდე მანძილი 7 ერთეულია. ცხადია, მეორე ჭიანჭველას 5 წუთზე ნაკლები დრო დასჭირდება სათავემდე მისასვლელად.
რაც შეეხება მეორე კითხვას (ჭიანჭველების შეხვედრას), თავდაპირველად აღვნიშნოთ, რომ ჭიანჭველების საწყის მდებაორებებს შორის მანძილი 17 ერთეულია. ერთი წუთის შემდეგ მიუახლოვდებიან 2+3=5 ერთეულით. კიდევ ერთი წუთის შემდეგ ისევ 2+3=5 ერთეულით (ანუ ჯამში 10 ერთეულით), ხოლო კიდევ ერთი წუთის შემდეგ 2+0=2 ერთეულით (ჯამში 12 ერთეულით), კიდევ ერთ წუთში 2+3=5 ანუ 17 ერთეულით.
ე.ი. ჭიანჭველები ერთმანეთს მოძრაობის დაწყებიდან 4 წუთში შეხვდებიან.

13. დიახ, შესაძლებელია, ასეთი უამრავი რიცხვი არსებობს, მაგალითად, –10.
$-10<8$, მაგრამ $|-10|=10>8$.

14. გ) მცდარია, რადგან ტოლი ან მოპირდაპირე რიცხვების მოდულები ტოლია;
დ) მცდარია, რადგან თუ a და b მოპირდაპირე რიცხვებია, მაშინ მათი მოდულები ტოლია.

16. $4\frac{3}{5}+3\frac{4}{9}=8\frac{2}{45}$ (პირველი რიცხვი), $4\frac{3}{5}-\frac{4}{9}=4\frac{7}{45}$ (მეორე რიცხვი).

მათი ჯამი $8\frac{2}{45}+4\frac{7}{45}=12\frac{1}{5}$.

შეამოწმე შენი ცოდნა №1

1. 30-ის 20%-ისა და 20-ის 30%-ის ჯამია:

ა) 6 ბ) 12 გ) 18 დ) 24

2. ჩამოთვლილთაგან რომელი წინადადებაა ჭეშმარიტი?

ა) $\{2;4;10\} \subset N$ ბ) $3 \in \varnothing$ გ) $\{-2;\ 0;\ 1/3\} \subset Z$ დ) $0 \in N \cap Q$

3. თუ $M = \{-5; -2; 0\}$, $N = \{-5; -4; 0; 1\}$ და $K = \{-5; -3; 0; 1; 4; 6\}$, მაშინ რამდენ ელემენტს შეიცავს $M \cup N \cup K$ სიმრავლე?

ა) 2 ბ) 7 გ) 8 დ) 9

4. საკოორდინატო ღერძზე მოცემულია $M(-2,2)$ და $N(1,8)$ წერტილები, იპოვეთ MN მონაკვეთის T შუა წერტილის კოორდინატი.

ა) $T(-0,9)$ ბ) $T(-1,1)$ გ) $T(0)$ დ) $T(-0,2)$

5. რამდენ ელემენტს შეიცავს სიმრავლე, რომელსაც 8 ქვესიმრავლე აქვს?

ა) ერთი ბ) სამი გ) ოთხი დ) არცერთი

6. თუ P სიმრავლე შედგება 14 ელემენტისგან, Q- 21 ელემენტისგან, ხოლო $P \cup Q$–35 ელემენტისგან, მაშინ:

ა) $P \cap Q = N$ ბ) $P = Q$ გ) $P \cap Q = \varnothing$ დ) $P \cup Q = P \cap Q$

7. ჩამოთვლილთაგან რომელია ჭეშმარიტი m-ის ნებისმიერი მნიშვნელობისთვის?

ა) $|m| - 8 \geq 0$ ბ) $|m - 1| > 0$ გ) $|m| + 2 \leq 6$ დ) $|m| + 3 \geq 2$

8. ჩამოთვლილი რიცხვებიდან რომელია რიცხვით ღერძზე სათავიდან ყველაზე შორს?

ა) $-3\frac{2}{3}$ ბ) $-3,2$ გ) $3\frac{1}{2}$ დ) $2,99$

9. რა ციფრი უნდა ჩავსვათ *-ის ნაცვლად, რომ ჩანაწერი $-2,38 > -2,3*$ იყოს ჭეშმარიტი?

ა) ნებისმიერი ციფრი ბ) 7 გ) 9 დ) 0

10. იპოვეთ გამოსახულების მნიშვნელობა: $|-102| : |51| + 0,9 \cdot |2 + 3|$

ა) –5 ბ) $-4\frac{1}{2}$ გ) 6,5 დ) 0

პასუხები: 1-გ; 2-ა; 3-გ; 4-დ; 5-ბ; 6-გ; 7-დ; 8-ა; 9-გ; 10-გ.

7. რაციონალური რიცხვების შეკრება

გაკვეთილი 14

გაკვეთილის თემა: რაციონალური რიცხვების შეკრება.

გაკვეთილის ტიპი: ახალი მასალის ახსნა

გაკვეთილის მიზანი: გავაცნოთ მოსწავლეებს რაციონალური რიცხვების შეკრება რიცხითი ღერძის საშუალებით; გუნდში მუშაობისა და შეთანხმებული გადაწყვეტილებების პოვნის უნარის განვითარება. განავითარებენ შემოთავაზებული ალგორითმის შესაბამისად მოქმედების უნარს.

დაგეგმილი შედეგები: ერთნაირნიშნიანი და სხვადასხვანიშნიანი რიცხვების შეკრების წესის გამოყენებით, მოსწავლემ უნდა შეძლოს რაციონალური რიცხვების შეკრება.

აქტივობა: საშინაო დავალების შემოწმება. დავალებიდან გაურკვეველი საკითხების გარჩევა. ყურადღება მივაქციოთ დავალებას „მოვემზადოთ შემდეგი გაკვეთილისთვის“ ვთხოვოთ ერთ-ერთ მოსწავლეს ახსნას, როგორ იპოვა C და B წერტილთა კოორდინატი? პასუხი: ა) C წერტილი მდებარეობს A წერტილის მარჯვნივ 6 ერთეულით, ე.ი. მისი კოორდინატი 6-ით მეტია A წერტილის კოორდინატზე. ხოლო B წერტილი A წერტილის მარცხნივაა, ე.ი. A-ს კოორდინატი შემცირდება 6-ით, ე.ი. 8 – 6 = 2.

ბ) შემთხვევაში: C წერტილის კოორდინატის საპოვნელად რიცხვით ღერძზე Aწერტილიდან მარცხნივ გადავზომეთ 10 ერთეული (10 უჯრა) და მიღებული წერტილის კოორდინატი იქნება –2, ე.ი. C(–2).

წინარე ცოდნის გააქტიურების მიზნით შესაძლებელია დაისვას ასეთი შეკითხვები:

- რას ეწოდება რიცხვითი ღერძი?
- რას ეწოდება რიცხვის მოდული?
- რისი ტოლია დადებითი რიცხვის მოდული? ნულის მოდული? უარყოფითი რიცხვის მოდული?
- როგორი რიცხვებია მოპირდაპირე რიცხვები?
- როგორ შევკრიბოთ დადებითი რიცხვები რიცხვითი ღერძის საშუალებით?

მასწავლებელი სთხოვს მოსწავლეებს, შეასრულონ პარაგრაფის დასაწყისში მოცემული ამოცანა. აქვე შეგიძლიათ დაუსვათ კითხვა:

თუ ტემპერატურა იქნებოდა 3°C, 8°C, მაშინ რისი ტოლი იქნებოდა დღის პირველი საათისთვის ტემპერატურა? უკვე დროა გავაცნოთ მოსწავლეებს დღევანდელი გაკვეთილის თემა. დაფაზე ვიხილავთ პარაგრაფში განხილულ ამოცანას. განსაკუთრებული ყურადღება: პირველ თვეში მიღებულ ზარალს დაემატა მეორე თვეში მიღებული ზარალი – ნიშნავს, რომ ზარალი გაიზარდა, ე.ი. ისარი უნდა მივმართოთ მარცხნივ იმდენი ერთეულით, რამდენითაც გაიზარდა მიღებული ზარალი. მაგრამ, როცა მიღებული ზარალის შემდეგ იღებ მოგებას, ამით ის ზარალი, რაც განიცადე, მცირდება, ამიტომ რიცხვით ღერძზე ისარს მარჯვნივ მივმართავთ იმდენი ერთეულით, რა მოგებაც მივიღეთ. ამის შემდეგ მივცეთ მოსწავლეებს საშუალება, თავად ჩამოაყალიბონ უარყოფითი რიცხვების, ასევე სხვადასხვანიშნიანი რიცხვების შეკრების წესი. საჭიროების შემთხვევაში, დავხვეწოთ მათ მიერ გამოთქმული მოსაზრება. პარაგრაფში მოცემული წყვილებში შესასრულებელი სამუშაო მიახვედრებს მოსწავლეებს, რომ რაციონალურ რიცხვთა სიმრავლეში, ისევე, როგორც ნატურალურ რიცხვთა სიმრავლეში, სრულდება გადანაცვლებადობის თვისება ჯამისთვის.

სასურველია, გაკვეთილზე გაირჩეს №№ 1; 2; 7; 8; 11.

დაასრულეთ წინადადება:

► უარყოფითი რიცხვები რომ შევკრიბოთ ...

► სხვადასხვანიშნიანი რიცხვები რომ შევკრიბოთ ...

► –5 + (–17) =

► –7 + 12 =

► –15 + 6 =

დავალება: №№ 1; 2; 6; 9; 16.

გაკვეთილი 15

გაკვეთილის თემა: რაციონალური რიცხვების შეკრება.

გაკვეთილის ტიპი: ცოდნის განმტკიცება.

გაკვეთილის მიზანი: რაციონალური რიცხვების შეკრების გამოყენებით ამოცანების

გადაჭრის უნარის განვითარება; სწავლისადმი პასუხისმგებლიანი დამოკიდებულების განვითარება.

დაგეგმილი შედეგები: მოსწავლე ისწავლის ამოცანების გადაჭრას რაციონალური რიცხვების შეკრების გამოყენებით.

აქტივობა: საშინაო დავალების შემოწმება. დავალებიდან გაურკვეველი საკითხების გარჩევა. წინარე ცოდნის გააქტიურების მიზნით შესაძლებელია დაისვას ასეთი შეკითხვები:

- რას ეწოდება რიცხვის მოდული?
- რისი ტოლია დადებითი რიცხვის მოდული? ნულის მოდული? უარყოფითი რიცხვის მოდული?
- თუ a რიცხვი მეტია b რიცხვზე, ნიშნავს თუ არა, რომ a რიცხვის მოდული მეტია b რიცხვის მოდულზე? პასუხი დაასაბაუთეთ, მოიყვანეთ შესაბამისი მაგალითები.
- როგორ შევკრიბოთ ერთნაირნიშნიანი რიცხვები? სხვადასხვანიშნიანი რიცხვები?
- როგორ შევადაროთ ერთმანეთს დადებითი რიცხვები (წესიერი წილადები; შერეული რიცხვები)?

დაფაზე ერთ-ერთ მოსწავლეს გავარჩევინოთ მაგალითი სხვადასხვანიშნიანი რიცხვების შეკრებაზე, როცა შეკრების კომპონენტები შერეული რიცხვებია. განსაკუთრებული ყურადღება: სანამ მოქმედების შესრულებას დაიწყებენ, მანამდე დაადგინონ, რომელი რიცხვის მოდულია უფრო მეტი და თავიდანვე დაწერონ ამ რიცხვის ნიშანი, შემდეგ კი ფრჩხილებში ჩასვან გამოსახულება: „დიდ მოდულს მინუს პატარა მოდული“. ასე თავს დაიზღვევენ მოსალოდნელი გავრცელებული შეცდომისგან.

სასურველია, გაკეთილზე გაირჩეს: №№ 3; 5; 10; 12; 13; 15.

დავალება: №№ 3; 4; 5; 14; 17; მოვემზადოთ შემდეგი გაკვეთილისთვის.

ამოხსნები და მითითებები:

6. ა) $-2,3+(-9,7)=-(2,3+9,7)=-12$. -12 მოთავსებულია -13-სა და -11-ს შორის;
გ) $\frac{2}{5}+(-1\frac{3}{4})+|3\frac{1}{2}|=2\frac{3}{20}$, რომელიც მოთავსებულია 2-სა და 3-ს შორის.

7. ბ) $-15=(-10)+(-5)$;
დ) $-24=-30+6$.
აღვნიშნოთ, რომ ამ დავალების შესრულება შესაძლებელია ბევრნაირად.

8. $-2,3$-სა და $3,2$-ს შორის მოთავსებული მთელი რიცხვებია: -2; -1; 0; 1; 2; 3.
მათი ჯამი იქნება $-2+(-1)+0+1+2+3=3$.
ამოცანის გააზრების შემდეგ დასვით კითხვა: რა იქნებოდა ამოცანის პასუხი, მთელი რიცხვები მოთავსებული რომ ყოფილიყო: ა) $-4,2$-სა და $4,2$-ს შორის?
ბ) $-20,4$-სა და $20,4$-ს შორის?

10. ა) $|m|+|n|=|2|+|-2|=2+2=4$, ხოლო $|m+n|=|2+(-2)|=|0|=0$.
ბ) და გ) დავალებების შესრულების შემდეგ, შეეცადეთ დაანახოთ კავშირი (შედარება) $|m|+|n|$ და $|m+n|$-ს შორის.

12. 10 ამოცანიდან 2 სწორად ამოხსნა, ე.ი. 8 ამოცანა არასწორად.
2 სწორად ამოხსნილ ამოცანაში დაეწერებოდა 4 ქულა, ხოლოდ 8 არასწორად ამოხსნის ამოცანაში დააკლდებოდა 4 ქულა. მოსწავლის საბოლოო შედეგი იქნებოდა $+4+(-4)=0$ ქულა.

13. ჰელიუმის დუღილის ტემპერატურის გამოსათვლელად $-273,14+4,21=-268,93$ (C°).

14. დიახ, შესაძლებელია, თუ ორივე შესაკრები იქნება უარყოფითი რიცხვი,
მაგალითად: $-5+(-3)=-8$,
ამასთან $-8<-5$ და $-8<-3$.

16. ბ) $|x+2|+2=2$ $|x+2|=0$ $x+2=0$ $x=-2$.

17. თვალსაჩინოებისთვის გამოიყენეთ ეილერ-ვენის დიაგრამები.
ჯერ აღნიშნეთ, რომ მინიმუმ $100+90-120=70$ მოსწავლემ იცის ერთდროულად ინგლისურიც და ფრანგულიც. (ე.ი. 30-მა მოსწავლემ ამ ორი ენიდან ერთ-ერთი არ იცის. იაპონურის მცოდნე 80 მოსწავლიდან რაც შეიძლება მცირე რაოდენობა რომ მოხვდეს თანაკვეთაში $80-30=50$. პასუხი: 50.

8. რაციონალური რიცხვების გამოკლება

გაკვეთილი 16

გაკვეთილის თემა: რაციონალური რიცხვების გამოკლება.

გაკვეთილის ტიპი: ახალი მასალის ახსნა.

გაკვეთილის მიზანი: რაციონალური რიცხვების სხვაობის პოვნის უნარის განვითარება შეკრების გამოყენებით. შეძლოს რაციონალური რიცხვების გამოკლება.

დაგეგმილი შედეგები: მოსწავლე შეძლებს იპოვოს რაციონალური რიცხვების

სხვაობა შეკრების გამოყენებით. შეასრულებს რაციონალური რიცხვების გამოკლებას.

აქტივობა: საშინაო დავალების შემოწმება. დავალებიდან გაურკვეველი საკითხების გარჩევა. წინარე ცოდნის გააქტიურების მიზნით შესაძლებელია დავსვათ შეკითხვები:

- როგორ შევკრიბოთ ერთნაირნიშნიანი რიცხვები?
- როგორ შევკრიბოთ სხვადასხვანიშნიანი რიცხვები?
- რა კავშირია შეკრებასა და გამოკლებას შორის?
- განმარტეთ a და b რიცხვების სხვაობა.
- დაასახელეთ გამოკლების კომპონენტები.
- რას უდრის უცნობი საკლები?
- რას უდრის უცნობი მაკლები?

მოსწავლეებს დაფაზე შევასრულებინოთ მოქმედებები დადებითი რიცხვების გამოკლებაზე და მიღებული შედეგის სისწორე გადავამოწმებინოთ შეკრების საშუალებით. უკვე შეიძლება გავაცნოთ დღევანდელი გაკვეთილის თემა.

დაფაზე დავწეროთ, რას ნიშნავს, ჭეშმარიტია $a - b = c$ ტოლობა? პასუხი: თუ შესრულდება $c + b = a$ ტოლობა. განვიხილოთ შესაბამისი მაგალითები. მოსწავლეებს განვუმარტოთ, რომ გამოკლება რაციონალური რიცხვებისა, ისევე როგორც ნატურალური რიცხვებისა, განიმარტება შეკრების საშუალებით. დაფაზე ვწერთ ასეთ მაგალითებს:

ა) $8 - 5 =$; ბ) $9 - 11 =$; გ) $-2 - 7 =$; დ) $-3 - (-7) =$.

კითხვა: დაასახელეთ, რომელია საკლები; რომელია მაკლები.

ვთხოვოთ მოსწავლეებს, შეეცადონ, თითოეულ შემთხვევაში, შეკრების საშუალებით იპოვონ სხვაობა:

ბ) $9 - 11 = -2$, რადგან $-2 + 11 = 9$;

გ) $-2 - 7 = -9$, რადგან $-9 + 7 = -2$;

დ) $-3 - (-7) = 4$, რადგან $4 + (-7) = -3$; ...

დაფაზე ვწერთ: ა) $9 - 11 = -2$ ბ) $-2 - 7 = -9$ გ) $-3 - (-7) = 4$

$9 + (-11) = -2$; $-2 + (-7) = -9$; $-3 + 7 = 4$; ...

კითხვა: რა აქვთ საერთო და რით განსხვავდებიან თითოეულ წყვილში მოცემული ტოლობები? იმედია, მოსწავლეები ადვილად დაინახავენ, რომ თითოეული წყვილის მეორე ტოლობაში პირველის საკლებს ემატება მაკლების მოპირდაპირე რიცხვი, შედეგი კი იგივეა.

განხილული მაგალითებიდან გამომდინარე, ვთხოვოთ მოსწავლეებს, დაფიქრდნენ და გვიპასუხონ, როგორ ვიპოვოთ ორი რაციონალური რიცხვის სხვაობა. სავარაუდოდ, ზოგი

მოსწავლე შეძლებს ჩამოაყალიბოს, რომ ორი რიცხვის სხვაობა რომ ვიპოვოთ, საკლებს უნდა დავუმატოთ მაკლების მოპირდაპირე რიცხვი.

სასურველია, კლასში გავარჩიოთ: № 1; 4; 6; 10; 12.

დაასრულეთ წინადადება:

- ორი რიცხვის სხვაობა რომ ვიპოვოთ ...
- $a - b$ სხვაობა დადებითია, თუ ...
- $a - b$ სხვაობა უარყოფითია, თუ ...
- რომ ვიპოვოთ $5 - (-7)$, საჭიროა ....
- რომ ვიპოვოთ $8 - 14$, საჭიროა ...

დავალება: № 2; 3; 5; 7; 15.

გაკვეთილი 17

გაკვეთილის თემა: რაციონალური რიცხვების გამოკლება.

გაკვეთილის ტიპი: ცოდნის განმტკიცება.

გაკვეთილის მიზანი: რაციონალური რიცხვების გამოკლების უნარის განვითარება, სწავლისადმი პასუხისმგებლიანი დამოკიდებულება განვითარება;

დაგეგმილი შედეგები: მოსწავლეები შეძლებენ ამოცანების გადაწყვეტას რაციონალური რიცხვების შეკრებისა და გამოკლების გამოყენებით.

აქტივობა: საშინაო დავალების შემოწმება. დავალებიდან გაურკვეველი საკითხების გარჩევა. წინარე ცოდნის გააქტიურების მიზნით, შესაძლებელია დაისვას ასეთი შეკითხვები:

- როგორ შევკრიბოთ რაციონალური რიცხვები?
- როგორ გამოვაკლოთ რაციონალური რიცხვები?
- რას უდრის მანძილი $M(-7)$ წერტილიდან რიცხვითი ღერძის სათავემდე?
- რომელი წერტილია უფრო შორს რიცხვითი ღერძის სათავიდან: $A(-4)$ თუ $B(-6)$; $M(5)$ თუ $K(-6)$. პასუხი დაასაბუთეთ.

მოსწავლეებს ვთხოვოთ, შეასრულონ პარაგრაფში მოცემული წყვილებში სამუშაოდ განკუთვნილი ამოცანა. თუ მოსწავლეებს გაუჭირდებათ სწორი დასკვნის გამოტანა, სასურველია, დაფაზეც გაირჩეს.

საჭიროა ყურადღება გამახვილდეს $a - b = a + (-b)$ ტოლობაზე, რომლითაც, ორი რიცხვის სხვაობა უტოლდება საკლებისა და მაკლების მოპირდაპირე რიცხვის ჯამს. ტოლობა დავწეროთ დაფაზე და ვკითხოთ მოსწავლეებს: შესაძლებელია თუ არა ამ ტოლობის მარჯვენა მხარის გამოსახულებაზე გამოვიყენოთ გადანაცვლებადობის თვისება, თუ საჭიროა დავეხმაროთ: დააკვირდით, მარჯვნივ ხომ ორი რიცხვის ჯამია? აქ უკვე დანამდვილებით მიხვდებიან, რომ შესაძლებელია. რომელიმე მოსწავლე დაფაზე შეასრულებს ამ მოქმედებას და მიიღებენ დამოკიდებულებას $a - b = -b + a$, რომელიც დაეხმარებათ მოსწავლეებს გამოსახულების გამარტივებაში. დაფაზე გაირჩევა რამდენიმემოქმედებიანი მაგალითი 1. შეკრება-გამოკლებაზე.

სასურველია, კლასში გაირჩეს № 3; 8; 9; 11

დავალება: № 3; 13; 14; 16; 17.

ამოხსნები და მითითებები:

6. ბ) $(-1\frac{8}{27})+(-1\frac{19}{27})-1=-4$.

7. თამარის დაწერილი რიცხვია –10234, ხოლო მარიამის დაწერილი რიცხვი – (–987).
დემეტრე: $-10234-(-987)=-9247$.

9. აღნიშნეთ, რომ რიცხვით ღერძზე მარცხნივ მოძრაობა ნიშნავს კოორდინატების სხვაობას: 1 წუთის შემდეგ კალია იქნება წერტილში, რომლის შესაბამისი კოორდინატია (–4,8), 2 წუთის შემდეგ $-4,8-1,6=-6,4$ წერტილში, ხოლო სამი წუთის შემდეგ $-6,4-1,6=-8$.
პასუხი: 3 წუთის შემდეგ.
აღნიშნეთ, რომ მარჯვნივ მოძრაობა ნიშნავს 1,6-ის მიმატებას და განიხილეთ ეს შემთხვევაც.

14. დახაზეთ რიცხვითი ღერძი და მონიშნეთ A(–1,2) და B(3,6) წერტილები. ამ წერტილებს შორის მანძილი AB=4,8.
დაყოფის შედეგად მიღებული მონაკვეთების სიგრძეები იქნება $4,8:3=1,6$.
შესაბამისად, მონიშნული წერტილების კოორდინატები იქნება:
$3,6-1,6=2$ და $2-1,6=0,4$
პას.: 2 და 0,4.

15. ა) $x=0; -2; -5; -10$.
ბ) $x= 1; 5; 29$.
გაკვეთილზე იმსჯელებთ x-ის ნიშანსა და ტოლობას შორის კავშირზე.

16. მიუთითეთ, რომ $\frac{m}{|m|}$ წილადი არ არსებობს (არაა განსაზღვრული), როდესაც $m=0$.
როცა $m>0$, მაშინ $\frac{m}{|m|}=\frac{m}{m}$, ხოლო როცა $m<0$ მაშინ $\frac{m}{|m|}=\frac{m}{-m}$.
პასუხი: ორი.

17. დახაზეთ რიცხვითი ღერძი და მასზე მონიშნეთ P(–5) და Q(1) წერტილები. დათვალეთ მანძილი მათ შორის (PQ = 6).
რიცხვითი ღერძის დახმარებით, მოსწავლეები შეამჩნევენ, რომ საძიებელი წერტილი შეუძლებელია იყოს P წერტილის მარცხნივ.
ჯერ P და Q წერტილებს შორის მოთავსებული ასეთი წერტილი: $PQ = 6 : 3 = 2$ ანუ ამ წერტილის კოორდინატი იქნება $1-2=-1$ (სასურველია, შეამოწმებინოთ ამ წერტილიდან P და Q წერტილებამდე მანძილები).
მიეცით მითითება, რომ საძიებელი წერტილი შეიძლება იყოს Q წერტილის მარჯვნივაც და დაეხმარეთ მის პოვნაში (ცხადია მიიღებთ 7-ს).

შეამოწმე შენი ცოდნა №2

1. რამდენი უარყოფითი მთელი რიცხვი აკმაყოფილებს $|a-2,3|<7$ უტოლობას?

ა) 1 ბ) 2 გ) 3 დ) 4

2. იპოვეთ 1,5-ის შებრუნებულის და 1,5-ის მოპირდაპირე რიცხვების ჯამი:

ა) $\frac{5}{6}$ ბ) 0 გ) $-\frac{1}{3}$ დ) –3,5

3. –10,2-სა და 8,5-ს შორის მოთავსებული მთელი რიცხვების ჯამია:

ა) 15 ბ) 0 გ) –18 დ) –19

4. ორი უარყოფითი რიცხვის სხვაობა:

ა) აუცილებლად უარყოფითი რიცხვია ბ) შეიძლება 0 იყოს

გ) შეუძლებელია –12-ს უდრიდეს დ) აუცილებლად დადებითი რიცხვია

5. გამოთვალეთ $|(-3,8:(-12-|-7|)|-4\frac{3}{5}$:

ა) –4,8 ბ) –4,4 გ) –4,5 დ) 4

6. თუ $m=-4,1$, მაშინ ჩამოთვლილთაგან რომელია უმცირესი?

ა) $m-2$ ბ) $-|m+2|$ გ) $3,4-m$ დ) $-m-2,3$

7. როგორ შეიცვლება სხვაობის მნიშვნელობა, თუ საკლებს შეამცირებთ 2,1-ით, ხოლო მაკლებს გაზრდით 1,1-ით?

ა) არ შეიცვლება ბ) შემცირდება 3,2-ით

გ) გაიზრდება 1-ით დ) შემცირდება 1-ით

8. იპოვეთ $3a+2b-0,2$ გამოსახულების მნიშვნელობა, თუ $a=-\frac{2}{3}$, $b=-0,4$:

ა) –3 ბ) –3,2 გ) –1,7 დ) 6

9. იპოვეთ $|x-1|=1,2$ განტოლების ამონახსნების ჯამი:

ა) 2,4 ბ) –2,1 გ) 2 დ) –1

10. თუ შვიდი მომდევნო მთელი რიცხვის ჯამია 0, მაშინ ამ რიცხვებს შორის უმცირესია:

ა) –5 ბ) –4 გ) –3 დ) 0

პასუხები: 1-დ; 2-გ; 3-დ; 4-ბ; 5-ბ; 6-ა; 7-ბ; 8-ა; 9-გ; 10-გ.

9. რაციონალური რიცხვების გამრავლება-გაყოფა

გაკვეთილი 18

გაკვეთილის თემა: რაციონალური რიცხვების გამრავლება.

გაკვეთილის ტიპი: ახალი მასალის ახსნა.

გაკვეთილის მიზანი: შეძლოს ერთნაირნიშნიანი და სხვადასხვანიშნიანი რაციონალური რიცხვების გამრავლება. თემის შესწავლისადმი ინტერესის გაღვივება და შეძენილი ცოდნისა და უნარების გამოყენების სურვილი.

დაგეგმილი შედეგები: მოსწავლეები ისწავლიან სხვადასხვანიშნიანი და ერთნაირნიშნიანი რიცხვების გამრავლებას.

აქტივობა: საშინაო დავალების შემოწმება. დავალებიდან გაურკვეველი საკითხების გარჩევა. წინარე ცოდნის გააქტიურების მიზნით, შესაძლებელია, მოსწავლეებს ვთხოვოთ გაიხსენონ:

- როგორ გავამრავლოთ ჩვეულებრივი წილადები, ათწილადები;
- ჩამოაყალიბეთ გამრავლების თვისებები (გადანაცვლებადობის, ჯუფთებადობის, განრიგებადობის);
- როგორ გესმით წინადადება: 5 გავამრავლოთ 3-ზე; 4 გავამრავლოთ 7-ზე; a ნატურალური რიცხვი გავამრავლოთ b ნატურალურ რიცხვზე.

საჭიროების შემთხვევაში, დავეხმაროთ, რომ $5 \cdot 3$ ნიშნავს 5 შესაკრებად ავიღოთ 3-ჯერ. ე.ი. $5 \cdot 3 = 5 + 5 + 5$.

დიახ, გამრავლება ეს არის ერთი და იმავე რიცხვების შეკრების სწრაფი ხერხი

- დაასახელეთ გამრავლების კომპონენტები.
- როგორ ვიპოვოთ უცნობი თანამამრავლი?

უკვე შეგვიძლია ვთხოვოთ მოსწავლეებს, შეეცადონ, შეასრულონ პარაგრაფის დასაწყისში მოცემული პრობლემური დავალება. ამის შემდეგ კი, სასურველია, მასწავლებელმა მოსწავლეებს გააცნოს დღევანდელი გაკვეთილის თემა.

დაფაზე დავწეროთ პარაგრაფში განხილული ან მისი მსგავსი მაგალითები:

$-4 \cdot 5 = \ldots$; $-7 \cdot 3 = \ldots$.

მოსწავლეებს ვუთხრათ, რომ ისევე, როგორც ნატურალური რიცხვებისათვის, რაციონალური რიცხვებისთვისაც სრულდება გამრავლების გადანაცვლებადობის თვისება და დაფაზე განვიხილოთ შესაბამისი მაგალითები.

$-6 \cdot 3 = 3 \cdot (-6) = -6 + (-6) + (-6) = -18$; $4 \cdot (-7) = -7 \cdot 4 = -7 + (-7) + (-7) + (-7) = -28$ და სხვ.

შედეგად, მოსწავლეები უკვე, ადვილად ჩამოაყალიბებენ სხვადასხვანიშნიანი რიცხვების გამრავლების წესს.

სასურველია, დაფაზე მოხდეს განხილვა:

$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$; $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$.

$-1 \cdot a = a \cdot (-1) = -a$;

$-1 \cdot a = \underbrace{-1 + (-1) + \ldots + (-1)}_{a\text{-ჯერ}} = -a$.

დაფაზე ვწერთ: $4 \cdot 7 = 28$; $(-4) \cdot 7 = -28$; $4 \cdot (-7) = -28$; $-4 \cdot (-7) =$

მოსწავლეებს ვთხოვთ, დააკვირდნენ მოცემულ ტოლობებს და შეეცადონ გამოთქვან მოსაზრება, რა რიცხვის ტოლი იქნება ბოლო გამოსახულების მნიშვნელობა?

პასუხი: რადგან მეორე და მესამე მაგალითში ერთი თანამამრავლის ნიშნის შეცვლამ გამოიწვია ნამრავლის ნიშნის შეცვლა, ამიტომ კიდევ მეორე თანამამრავლის ნიშნის შეცვლა

გამოიწვევს ნამრავლის კიდევ ერთხელ ნიშნის შეცვლას, ამიტომ პასუხია 28. ბუნებრივია, ასეთი მოსწავლე შექებას იმსახურებს. ამის შემდეგ მოსწავლეებს ვთხოვთ, ჩამოაყალიბონ რაციონალური რიცხვების გამრავლების წესი. საჭიროების შემთხვევაში, დავეხმაროთ.

დაფაზე დავწეროთ პარაგრაფში გარჩეული **მაგალითი 2**.

კითხვა:

- როგორი რიცხვი იქნება ნამრავლი, დადებითი თუ უარყოფითი, როცა თანამამრავლებს შორის უარყოფითი რიცხვების რაოდენობა არის ა) ორი? ბ) სამი? ოთხი? ხუთი?
- როგორ ფიქრობთ, რაზეა დამოკიდებული ნამრავლის ნიშანი?
- რა შემთხვევაში იქნება ნამრავლი დადებითი? უარყოფითი?

სასურველია, კლასში გაირჩეს №№ 1 (ა, ბ, გ); 2 (ა, დ, ზ); 4; 5; 7.

დავალება: №№ 1 (დ, ე, ვ); 2 (ბ, ე, თ); 5; 8; 15.

გაკვეთილი 19

გაკვეთილის თემა: რაციონალური რიცხვების გაყოფა.

გაკვეთილის ტიპი: ახალი მასალის ახსნა.

გაკვეთილის მიზანი: შეძლოს ერთნაირნიშნიანი და სხვადასხვანიშნიანი რაციონალური რიცხვების გაყოფა. განუვითარდეთ დამოუკიდებელი მუშაობისა და საკუთარი ნამუშევრის ანალიზის უნარები.

დაგეგმილი შედეგები: მოსწავლეები ისწავლიან სხვადასხვანიშნიანი და ერთნაირნიშნიანი რიცხვების გაყოფას.

აქტივობა: საშინაო დავალების შემოწმება. დავალებიდან გაურკვეველი საკითხების გარჩევა. წინარე ცოდნის გააქტიურების მიზნით, შესაძლებელია, მოსწავლეებს ვთხოვოთ გაიხსენონ:

- როგორ გავყოთ წილადი წილადზე, ათწილადი ათწილადზე;
- რას ნიშნავს, დადებითი a რიცხვი გავყოთ b დადებით რიცხვზე?
- დაასახელეთ გაყოფის კომპონენტები.
- როგორ ვიპოვოთ უცნობი გამყოფი? უცნობი გასაყოფი?
- როგორ გადავამრავლოთ ერთნაირნიშნიანი რაციონალური რიცხვები? სხვადასხვანიშნიანი რიცხვები?
- ახსენით, რატომ არ შეიძლება 0-ზე გაყოფა.

მასწავლებელი სთხოვს მოსწავლეებს, შეასრულონ პარაგრაფის წყვილებში შესასრულებელი დავალება. მოსწავლეები შეძლებენ ჩამოაყალიბონ რაციონალური რიცხვების გაყოფის წესი, კარგი იქნება, თუ დამატებით ასეთ სქემასაც შევთავაზებთ. წინასწარ კიდევ ერთხელ ხაზი გავუსვათ, რომ a რიცხვი გავყოთ b რიცხვზე ნიშნავს, რომ ვიპოვოთ ისეთი c რიცხვი, რომლის ნამრავლი b რიცხვზე ტოლი იქნება a რიცხვისა.

1) $a = b \cdot c$, მაშინ $a : b = c$; $+ = + \cdot +$ $+ : + = +$

2) $a = b \cdot c$, მაშინ $a : b = c$; $+ = - \cdot -$ $+ : - = -$

3) $a = b \cdot c$ მაშინ $a : b = c$; $- = + \cdot -$ $- : + = -$

4) $a = b \cdot c$, მაშინ $a : b = c$. $- = - \cdot +$ $- : - = +$

ყურადღება გავამახვილოთ, რომ გაყოფის შესრულებისას, ისევე როგორც გამრავლებისას, სასურველია, ჯერ დავადგინოთ შედეგის ნიშანი და შემდეგ შევასრულოთ მოქმედება;

ასევე შევახსენოთ, რომ – ნულზე გაყოფა არ შეიძლება.

სასურველია, გაკვეთილზე გაირჩეს: №№ 1; 2; 3; 10; 12.

დაასრულეთ წინადადება:

- ერთნაირნიშნიანი რიცხვები რომ გადავამრავლოთ, საჭიროა: ...
- სხვადასხვანიშნიანი რიცხვები რომ გადავამრავლოთ, საჭიროა: ...
- ნამრავლი დადებითია, თუ თანამამრავლთა შორის ....
- ნამრავლი უარყოფითია, თუ თანამამრავლთა შორის ....
- ნამრავლი 0-ის ტოლია, თუ ...
- ერთნაირნიშნიანი რიცხვები რომ გავყოთ, საჭიროა: ...
- სხვადასხვანიშნიანი რიცხვები რომ გავყოთ, საჭიროა: ...

დავალება: №№ 11, 12; 13; 16. მოვემზადოთ შემდეგი გაკვეთილისთვის.

ამოხსნები და მითითებები:

4. ა) $(-3)^2 = -3 \cdot (-3) = 9$;
ე) $(-3)^3 = -3 \cdot (-3) \cdot (-3) = -27$.

შეეცადეთ, ბავშვებმა მაგალითების საფუძველზე გამოიტანონ დასკვნა უარყოფითი რიცხვის კვადრატის და კუბის ნიშანთან დაკავშირებით.

5. გ) $-2x^2 - 5 = -2 \cdot (-8)^2 - 5 = -2 \cdot 64 - 5 = -128 - 5 = -133$.

8. გავახსენოთ ნატურალური რიცხვების განმარტება (ხშირია შეცდომა, როდესაც 0-ს ნატურალურ რიცხვად თვლიან):
ა) $m = 1; 2; 3$; გ) $m = 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8$.

9. გ) $(-12 + 8)^2 = (-4)^2 = 16$.

10. ა) $a = 1; 2; 3; 4; 5$ ანუ ხუთი ნატურალური რიცხვისთვისაა სამართლიანი; ბ) რადგან a ნატურალურია, ანუ დადებითია, შესაბამისად იქნება უარყოფითი და a-ს არცერთი ნატურალური მნიშვნელობისთვის არ დააკმაყოფილებს ჩანაწერს. პასუხი: ასეთი a არ არსებობს

13. $-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$ $\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$.

15. ანას 6 რვეულის საყიდლად დასჭირდებოდა თეთრი, ხოლო მისი თანხის გამოსათვლელი გამოსახულება იქნება $6x + 30$.

10. არითმეტიკულ მოქმედებათა თვისებები რაციონალური რიცხვებისთვის

გაკვეთილი 20

გაკვეთილის თემა: არითმეტიკულ მოქმედებათა თვისებები რაციონალური რიცხვებისთვის.

გაკვეთილის ტიპი: ახალი მასალის ახსნა.

გაკვეთილის მიზანი: გამოსახულების მნიშვნელობის პოვნისათვის განუვითარდეს გადანაცვლებადობის, ჯუფთებადობის და განრიგებადობის თვისების გამოყენების უნარი.

დაგეგმილი შედეგები: მოსწავლეები შეძლებენ გადანაცვლებადობის, ჯუფთებადობის და განრიგებადობის თვისების გამოყენებას გამოსახულების მნიშვნელობის გამოთვლების გასამარტივებლად.

აქტივობა: საშინაო დავალების შემოწმება. დავალებიდან გაურკვეველი საკითხების გარჩევა. წინარე ცოდნის გააქტიურების მიზნით, შესაძლებელია, მოსწავლეებს დავუსვათ ასეთი შეკითხები:

- არითმეტიკულ მოქმედებათა რა თვისებებს იცნობთ?
- ჩამოაყალიბეთ გადანაცვლებადობის თვისება შეკრებისთვის; გამრავლებისთვის;
- ჩამოაყალიბეთ ჯუფთებადობის თვისება შეკრებისთვის; გამრავლებისთვის;
- ჩამოაყალიბეთ განრიგებადობის თვისება ჯამისთვის; სხვაობისთვის.
- როგორ გადავამრავლოთ შერეული რიცხვები?

ამის შემდეგ, სასურველია, მასწავლებელმა მაინც განიხილოს მოსწავლის დახმარებით, დავალებად მიცემული მაგალითები რუბრიკიდან „მოვემზადოთ შემდეგი გაკვეთილისთვის“. ეს სავარჯიშო მოსწავლეებს შესრულებული ექნებათ, მაგრამ გამოიყენეს თუ არა მათ არითმეტიკულ მოქმედებათა თვისებები? მასწავლებელი დაანახებს მოსწავლეებს, თუ რამდენად გამარტივდა გამოთვლები მითითებული თვისებების გამოყენების შედეგად.

სასურველია, მოსწავლეებს ვთხოვოთ, შეასრულონ პარაგრაფის პრობლემური ამოცანა1-ის მაგალითი. თუ გაუჭირდებათ, მივუთითოთ, რომ მე-2 და მე-3 თანამარავლებისთვის გამოიყენონ გადანაცვლებადობის თვისება. ამის შემდეგ ბავშვები დაძლევენ დავალებას. ვიძახებთ მოსწავლეს და ვწერთ გარჩეული მაგალითი 1-ის ა) მაგალითს (შეგიძლიათ სხვა მისი მსგავსიც). ყურადღება მივაქცევინოთ, რომ გამოთვლების გამარტივების მიზნით:

$9{,}9 + 4\frac{5}{7} - 3{,}9 - 2\frac{3}{7}$.

გამოსახულებაში მეორე და მესამე შესაკრებებისთვის გამოვიყენოთ გადანაცვლებადობის თვისება, ოღონდ გავითვალისწინოთ, რომ $a - b = -b + a$.

მივიღებთ ასეთ გამოსახულებას:

$9{,}9 - 3{,}9 + 4\frac{5}{7} - 2\frac{3}{7}$, რასაც მარტივად გამოთვლიან.

მოსწავლის დახმარებით ვარჩევთ $\left(\frac{2}{7} - \frac{5}{8}\right)56 =$

რა თქმა უნდა, მოსწავლეს შეუძლია ჯერ ფრჩხილებში მოთავსებული მოქმედება შეასრულოს, მაგრამ უნდა დავანახოთ, რომ თუ გამოიყენებს განრიგებადობის კანონს, გამოთვლები გაცილებით გამარტივდება

$$\left(\frac{2}{7} - \frac{5}{8}\right)56 = \frac{2}{7} \cdot 56 - \frac{5}{8} \cdot 56 = \ldots$$

აქვე მოვიყვანოთ ასეთი მაგალითი: $\left(\frac{2}{9} - \frac{2}{15}\right)56 =$

ვთხოვოთ მოსწავლეებს, დააკვირდნენ მოცემულ გამოსახულებას და გვიპასუხონ:

როგორ გამოთვლიდნენ ამ გამოსახულების მნიშვნელობას – გამოიყენებდნენ განრიგებადობის თვისებას, თუ ჯერ ფრჩხილებში მოთავსებულ მოქმედებას შეასრულებდნენ? ალბათ ზოგიერთი მოსწავლე მაინც იტყვის, რომ ამ შემთხვევაში ჯერ შეასრულებდნენ მოქმედებას ფრჩხილებში. რადგან განრიგებადობის თვისების გამოყენებით შეკვეცა არ მოხდება და ბოლო მოქმედების შესრულებაც უფრო გართულდება, თან შესასრულებელი იქნება სამი მოქმედება, ხოლო მეორე გზით კი ორი მოქმედება.

ამით მოსწავლეებს მივახვედრებთ, რომ არა ყოველთვის, მაგრამ ხშირად არითმეტიკულ მოქმედებათა თვისებების გამოყენება ამარტივებს გამოთვლებს, ამიტომ სანამ გამოსახულების მნიშვნელობის გამოთვლას შევუდგებით, მანამდე დავაკვირდეთ, გავიაზროთ, ხომ არ შეიძლება გამოთვლების გასამარტივებლად გამოვიყენოთ არითმეტიკულ მოქმედებათა თვისებები.

სასურველია, გაკვეთილზე გაირჩეს №№ 1; 2; 3; 4; 8; 17.

დავალება: №№ 2; 3; 4; 7; 13; 18.

გაკვეთილი 21

გაკვეთილის თემა: არითმეტიკულ მოქმედებათა თვისებები რაციონალური რიცხვებისთვის.

გაკვეთილის ტიპი: ახალი მასალის ახსნა.

გაკვეთილის მიზანი: გამოსახულების მნიშვნელობის პოვნისათვის განუვითარდეს გადანაცვლებადობის, ჯუფთებადობის, განრიგებადობის თვისების გამოყენების უნარი, განრიგებადობის თვისების გამოყენებით ფრჩხილების გახსნის უნარის განვითარება.

დაგეგმილი შედეგები: მოსწავლეები შეძლებენ არითმეტიკულ მოქმედებათა თვისებების გამოყენებას გამოსახულების გამარტივებისას. ფრჩხილების გახსნის წესის გამოყენებით, ფრჩხილების გახსნას.

ძირითადი ცნებები: ფრჩხილების გახსნა; საერთო მამრავლის ფრჩხილებს გარეთ გატანა.

აქტივობა: საშინაო დავალების შემოწმება. დავალებიდან გაურკვეველი საკითხების გარჩევა. წინარე ცოდნის გააქტიურების მიზნით, შესაძლებელია, მოსწავლეებს დავუსვათ ასეთი შეკითხები:

- ჩამოაყალიბეთ, როგორ გავყოთ უარყოფითი რიცხვი უარყოფით რიცხვზე?
- როგორი ნიშანი ექნება განაყოფს, თუ გასაყოფი და გამყოფი სხვადასხვანიშნიანი რიცხვებია?
- როგორი ნიშანი ექნება ნამრავლს, თუ თანამამრავლები:
  ა) ერთნაირნიშნიანი, ბ) სხვადასხვანიშნიანი რიცხვებია?
- როგორი თანამიმდევრობით უნდა შესრულდეს მოქმედებები ფრჩხილების შემცველი რიცხვითი გამოსახულების გამარტივებისას?
- როგორი თანამიმდევრობით შესრულდება მოქმედებები, თუ ერთმანეთის გვერდიგვერდ წერია ა) გამრავლებისა და გაყოფის; ბ) მიმატება-გამოკლების რამდენიმე ოპერაცია?
- ჩამოაყალიბეთ გამრავლების განრიგებადობის თვისება: ა) შეკრების; ბ) გამოკლების მომართ.

დაფაზე დავწეროთ პარაგრაფში მოცემული პრობლემური ამოცანა 1(ბ) მაგალითი და ვთხოვოთ მოსწავლეებს, ეს დავალება დამოკიდებლად შეასრულონ. თუ მოსწავლეებს გაუჭირდათ ამ დავალების შესრულება, კარგი იქნება, თუ დაფაზე ერთ-ერთი მოსწავლის დახმარებით განვიხილავთ პარაგრაფში გარჩეულ, მაგალითი 1(დ)-ს, ყურადღება მივაქციოთ იმ ფაქტს, რომ თუ თანამამრავლი $-1\frac{1}{15}$ წარმოვადგინეთ ასე: $-1\frac{1}{15} = -1 \cdot \frac{1}{15}$, შესაძლებელი

გახდება განრიგებადობის თვისების გამოყენება. ამის შემდეგ კი ვთხოვთ მოსწავლეებს, დაასრულონ პრობლემური ამოცანის ამოხსნა.

დაფაზე ირჩევა პარაგრაფში მოცემული **მაგალითი 2**. განსაკუთრებული ყურადღება უნდა მიექცეს ფრჩხილების გახსნას; ასევე, თუ ფრჩხილების წინ დგას ნიშანი „–“, აქ უნდა იგულისხმონ, რომ ფრჩხილის წინ წერია თანამამრავლი „–1“.

სასურველია, მოსწავლეებს ვკითხოთ:

1. როგორ ფიქრობთ, რატომ იყო მნიშვნელოვანი უარყოფითი რიცხვების შემოღება??
2. რა რეალური პრობლემა გადაწყვიტა უარყოფითი რიცხვების შემოტანამ?
3. არსებობს თუ არა სიტუაციები, ამოცანები, სადაც თქვენი აზრით, არ იქნება საკმარისი რაციონალური რიცხვები (ისურვებდით არსებობდეს კიდევ სხვა რიცხვები)?

გაკვეთილზე გაირჩევა: №№ 5; 10; 12; 14.
დავალება: №№ 6; 9; 15; 16; 19.

ამოხსნები და მითითებები:

1. გ) $12{,}9 \cdot (-5) - 2{,}9 \cdot (-5) = (12{,}9 - 2{,}9) \cdot (-5) = 10 \cdot (-5) = -50.$

4. გ) $* = 0{,}5 + 1 = 1{,}5;$
დ) $* = \frac{1}{2} + \frac{3}{5} = 1{,}1.$

5. გ) $-(-8m + 3) = 8m - 3.$

6. გ) $-(-5mn - 2) + 12mn = 5mn + 2 + 12mn = 17mn + 2.$

7. გ) $0{,}7 + 2\frac{6}{11} - 9{,}7 - \frac{6}{11} = 0{,}7 - 9{,}7 + 2\frac{6}{11} - \frac{6}{11} = -9 + 2 = -7.$

9. დ) $-(-a + 7) + (-(-3a - 4)) = a - 7 + 3a + 4 = 4a - 3.$

10. გ) $(-4{,}3m - 6) - (1 - 0{,}7m) = -4{,}3m - 6 - 1 + 0{,}7m = -3{,}6m - 7.$

13. გ) $\left(1\frac{3}{11} - 2\frac{1}{5}\right) \cdot (-55) = 1\frac{3}{11} \cdot (-55) - 2\frac{1}{5} \cdot (-55) = -70 + 121 = 51.$

დ) $\left(-1\frac{6}{11}\right) \cdot (-24{,}8) + (-1{,}2) \cdot \left(-1\frac{6}{13}\right) = (-24{,}8 + (-1{,}2)) \cdot \left(-1\frac{6}{13}\right) = -26 \cdot \left(-\frac{19}{13}\right) = 38.$

16. დ) $324 \cdot 726 + 1\,324 \cdot 274 - 324 \cdot 1\,000 = (726 + 274) \cdot 1\,324 - 324 \cdot 1\,000 = 1\,000 \cdot 1\,324 - 324 \cdot 1\,000 =$
$= (1\,324 - 324) \cdot 1\,000 = 1\,000 \cdot 1\,000 = 1\,000\,000.$

17. ა) $\frac{1}{c} < \frac{1}{a}$ მცდარია, რადგან რიცხვითი ღერძიდან კარგად ჩანს რომ c უარყოფითია, ხოლო a დადებითი;

ბ) $d - b \le 0$ მცდარია, რადგან რიცხვითი ღერძით ვასკვნით,რომ $d > b$ შესაბამისად მათი სხვაობა აუცილებლად დადებითი იქნება.

18. ბ) $(p-2,7)^2+1,1$ გამოსახულება უმცირესი რომ იყოს, $(p-2,7)^2$ უნდა იყოს უმცირესი, ეს კი შესაძლებელია, როდესაც $p-2,7=0$ ანუ $p=2,7$, ხოლო თავად გამოსახულების უმცირესი მნიშვნელობა იქნება $0+1,1=1,1$.

19. შევნიშნოთ, რომ $a^2+10\frac{5}{9}$ გამოსახულების უმცირესი მნიშვნელობაა, ჩამოთვლილი პასუხებიდან მასზე მეტი მხოლოდ ა) $26\frac{5}{9}$-ია.

მეთოდური კომენტარები: ეს პარაგრაფი შეიცავს მრავალ პრაქტიკულ წესს. ამიტომ, სასურველია, თითოეული მოცემული წესი თავდაპირველად ცალკე იქნას განხილული და მაგალითებით ილუსტრირებული. ყურადღება გამახვილდეს, მაგალითების ამოხსნისას, მოსწავლეების მიერ მოცემული წესების შეგნებულად გამოყენებაზე, რომ ასოითი გამოსახულების გამარტივებისას, საჭიროა, ჯერ გამარტივდეს გამოსახულება და მხოლოდ ამის შემდეგ ჩავსვათ მიღებულ გამოსახულებაში ასოს შესაბამისი მნიშნელობა.

უნდა აღინიშნოს, რომ რაციონალური რიცხვების სხვაობა შეიძლება ჯამის სახითაც ჩაიწეროს, ამიტომ განრიგებადობის კანონის გამოყენება შესაძლებელია სხვაობის შემთხვევაშიც.

განსაკუთრებული ყურადღება მიაქციეთ ნიშნების სწორად გამოყენებას, სასურველია მოსწავლეებმა თითოეული მოქმედება ეტაპობრივად შეასრულონ, რათა თავიდან აიცილონ ნიშნებთან დაკავშირებული შეცდომები.

შემაჯამებელი სამუშაო №1

I ვარიანტი

1. გამოთვალეთ:

ა) $-10+2{,}3$ ბ) $4\cdot(-3{,}5)$ გ) $\left(-1{,}1-\frac{2}{5}\right):\left(-2\frac{1}{4}\right)$.

2. გაამარტივეთ გამოსახულება და იპოვეთ მისი მნიშვნელობა, თუ $a=-\frac{2}{5}$:
$-(3a+2)+(-3{,}5)+\frac{1}{2}a$.

3. რიცხვით ღერძზე მონიშნულია M(–5) და N(4) წერტილები. MN მონაკვეთზე იპოვეთ იმ წერტილის კოორდინატი, რომელიც 2-ჯერ მეტი მანძილით არის დაშორებული M წერტილიდან ვიდრე N წერტილიდან.

4. P სიმრავლე არის 24-ის გამყოფი რიცხვების სიმრავლე, Q სიმრავლე კი – 36-ის გამყოფი რიცხვების სიმრავლე. იპოვეთ $P\cap Q$ სიმრავლე.

5. თუ $x+3{,}2=-1{,}8$, მაშინ რას უდრის $2x+2{,}5$ გამოსახულების რიცხვითი მნიშვნელობა?

II ვარიანტი

1. გამოთვალეთ:

ა) $-12+3{,}3$ ბ) $6\cdot(-1{,}5)$ გ) $\left(-1{,}3-\frac{1}{5}\right):\left(-2\frac{1}{4}\right)$

2. გაამარტივეთ გამოსაულება და იპოვეთ მისი მნიშვნელობა, თუ $a=-\frac{2}{3}$:
$-(2a+3)+(-2{,}5)+\frac{1}{2}a$.

3. რიცხვით ღერძზე მონიშნულია M(–7) და N(2) წერტილები. MN მონაკვეთზე იპოვეთ იმ წერტილის კოორდინატი, რომელიც 2-ჯერ მეტი მანძილით არის დაშორებული M წერტილიდან ვიდრე N წერტილიდან.

4. P სიმრავლე არის 27-ის გამყოფი რიცხვების სიმრავლე, Q სიმრავლე კი – 36-ის გამყოფი რიცხვების სიმრავლე. იპოვეთ $P\cap Q$ სიმრავლე.

5. თუ $x+3{,}4=-1{,}6$, მაშინ რას უდრის $2x+2{,}5$ გამოსახულების რიცხვითი მნიშვნელობა?

შეფასების სქემა

შემაჯამებელი სამუშაო N1

მაქსიმალური ქულა – 10

დავალება	შესაფასებელი შედეგი (კრიტერიუმი)	ქულა
N1	ასრულებს მოქმედებებს რაციონალურ რიცხვებზე, სწორად იყენებს მოქმედებათა წესებს	2
N2	ამარტივებს და სწორად პოულობს რიცხვითი გამოსახულების მნიშვნელობას ცვლადის მოცემული მნიშვნელობისთვის	2
N3	იყენებს რიცხვით ღერძს, განსაზღვრავს წერტილების კოორდინატებსა და მათ შორის მანძილს	2
N4	განსაზღვრავს სიმრავლეებს და ასრულებს მოქმედებებს მათზე	2
N5	ხსნის უმარტივეს წრფივ განტოლებას	2

ქულების მინიჭების კრიტერიუმი:

2 ქულა – დავალება სრულად და სწორადაა შესრულებული, მართებული მსჯელობით მიღებულია სწორი პასუხი;

1 ქულა – გამოყენებულია სწორი მეთოდი, თუმცა დაშვებულია არითმეტიკული ან უმნიშვნელო შეცდომა, რის გამოც პასუხი არაა სწორი;

0 ქულა – დავალება არაა შესრულებული, გამოყენებულია არასწორი მეთოდი, შესაბამისად. პასუხი არ შეესაბამება დავალებას.

I თავის დამატებითი ამოცანები

2. ა) $1\frac{1}{2}\cdot 1\frac{1}{3}\cdot 1\frac{1}{4}\cdot 1\frac{1}{5}=\frac{3}{2}\cdot\frac{4}{3}\cdot\frac{5}{4}\cdot\frac{6}{5}=3;$

ბ) $1\frac{1}{2}\cdot 1\frac{1}{3}\cdot 1\frac{1}{4}\cdot \ldots \cdot 1\frac{1}{98}\cdot 1\frac{1}{99}=\frac{3}{2}\cdot\frac{4}{3}\cdot\frac{5}{4}\cdot \ldots\cdot\frac{99}{98}\cdot\frac{100}{98}=50.$

5. ა) $3{,}2\cdot 1\frac{1}{4}+\frac{1}{2}=3{,}2\cdot\frac{5}{4}+\frac{1}{2}=4\frac{1}{2}.$

7. თუ $k=\frac{2}{5}$, მაშინ $1-k=1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$, $\frac{1}{k}=\frac{1}{\frac{2}{5}}=\frac{5}{2}=2\frac{1}{2}$, $k^2=\left(\frac{2}{5}\right)^2=\frac{4}{25}$

$2\frac{1}{2}>\frac{3}{5}>\frac{4}{25}$ ანუ კლების მიხედვით დალაგებისას თანმიმდევრობა იქნება $\frac{1}{k}$; $1-k$; k^2.

8. შევახსენოთ რიცხვში თანრიგები და დამრგვალების წესი
ბ) 4,24≈4,2 12,2903≈12,3
დ) 2,32938≈2,329

9. ბ) 240-ის 3/8 ნაწილი არის 240·3/8=90; 90-ის 7/9 ნაწილი კი 90·7/9=70.
დ) 5400-ის 1/9 ნაწილი 5400·1/9=600; 600-ის 0,23 ნაწილი კი 600·0,23=138

11. თუ m კილომეტრი მთელი გზის $\frac{1}{3}$ ნაწილია, მაშინ დარჩენილი გზის სიგრძე იქნება $\frac{2}{3}$ ნაწილი (ანუ გავლილ მანძლზე ორჯერ მეტი) ანუ 2m კმ. ეს მანძილი 3 საათში რომ გაიაროს, ველოსიპედისტმა უნდა იმოძრაოს $\frac{2m}{3}$ კმ/სთ სიჩქარით.

12. ქეთევანი 5 ცალ კალამში გადაიხდიდა 5·80=400 თეთრი=4 ლარი
3 ცალ რვეულში კი 3·2,5=7,5 ლარი
თავდაპირველი თანხის საპოვნელად დახარჯული თანხა და დარჩენილი ხურდა შევკრიბოთ 4+7,5+n=11,5+n

14. ვთქვათ ანას აქვს x ფანქარი, მაშინ თამარს ექნება 2x ფანქარი. ორივეს ერთად 3x. ფანქრების საერთო რაოდენობა თანაბრად რომ გაინაწილონ, თითოეულს უნდა შეხვდეს 3x : 2 = 1,5x. ე.ი. თანარმა ანას უნდა აჩუქოს 2x – 1,5x = 0,5x, რაც თავისი ფანქრების $\frac{1}{4}$ ნაწილია.

16. რადგან 9 ამოცანის ამოხსნის შემდეგ კიდევ დარჩა დავალების $\frac{2}{5}$ ნაწილი შესასრულებელი, ე.ი. ამოხსნილი 9 ამოცანა მთლიანი დავალების 3/5 ნაწილია.
მაშინ მთელი დავალება შედგება $9 : \frac{3}{5} = 15$ ამოცანისგან.

19. ა) Ø ყველა სიმრავლის ქვესიმრავლეა.
ბ) ნებისმიერ ერთელემენტიან სიმრავლეს ორი ქვესიმრავლე აქვს.

20. ამოცანის ამოსახსნელად სასრუველია გამოიყენოთ ეილერ-ვენის დიაგრამა.
A და B სიმრავლეების ელემენტები რომ შევკრიბოთ, 50+37=87 > 63.
ზედმეტი 87–63=24 ელემენტი მოხვდა ორივე სიმრავლეში, ანუ თანაკვეთაში.

21. Ø – არის სიმრავლე, რომელიც არ შეიცავს არცერთ ელემენტს, ხოლო {Ø} არის ერთელემენტიანი სიმრავლე, რომლის ელემენტია Ø.

22. დიახ, შესაძლებელია, თუ ეს სიმრავლეები ტოლია (თუ M=N).

24. ამოცანის პირობის მიხედვით შეადგინეთ ეილერ-ვენის დიაგრამა. $(36 + 29) – 5 = 60$.

25. ლევანმა ამოწერა ყოველი მეოთხე (ანუ 4-ის ჯერადები), სულ 100 : 4 = 25 რიცხვი, აკაკიმ ყოველი მეხუთე (ანუ 5-ის ჯერადები), სულ 100 : 5 = 20 რიცხვი. ყოველი მეოცე რიცხვი ამოწერა ორივე ბიჭმა, ანუ 100:20=5 რიცხვი. ორივემ ერთად ამოწერა $(25 + 20) – 5 = 40$ განსხვავებული რიცხვი, შესაბამისად $100 – 40 = 60$ რიცხვი არ ამოუწერია არცერთ მათგანს. ამ ამოცანის ამოხსნის თვალსაჩინოებისთვის გამოგადგებათ დიაგრამის გამოყენება.

26. T სიმრავლის სამელემენტიანი ქვესიმრავლეებია:
{0; 0,3; 3} ; {0; 0,3; 33} ; {0; 3; 33} ; {0,3; 3; 33} – სულ 4 ასეთი ქვესიმრავლეა.

29. ბ) $2y – 3(y – 2) = 2y – 3y + 6 = 6 – y$;
გ) $3m – 2(–m) + 1 = 3m + 2m + 1 = 5m + 1$.

30. ა) $\frac{–8 + 2}{2} = –3$; გ) $\frac{–2,5 + 3,5}{2} = 0,5$.

32. MK მონაკვეთის სიგრძეა $8-(-4)=12$.
12:6=2 ანუ საძიებელი წერტილი 2 ერთეულით არის დაშორებული K წერტილიდან და 10 ერთეულით M წერტილიდან, ასეთი წერტილის კოორდინატია 6.

34. ა) ასეთი x არ არსებობს ($x\in\emptyset$);
ბ) $x-4=0$; $x=4$.

35. ა) $-12x-2x=-14x$;
გ) $2,5z-3,9z=-1,4z$;
ე) $-2,8mn+1,9mn-2,6mn=-3,5mn$.

37. მიუხედავად იმისა, რომ ამოცანის მიხედვით x მთელია, მარტივი შესამჩნევია, რომ უმცირესი მნიშვნელობა არ მიიღწევა x-ის ნატურალური მნიშვნელობისთვის.
გამოვთალოთ გამოსახულების მნიშვნელობა:
$x=0$-სთვის $|0+1,4|+|0+2,6|=4$;
$x=-1$-სთვის $|-1+1,4|+|-1+2,6|=2$;
$x=-2$-სთვის $|-2+1,4|+|-2+2,6|=1,2$;
$x=-3$-სთვის $|-3+1,4|+|-3+2,6|=2$.
ცხადია, x-ის კიდევ უფრო შემცირება გამოიწვევს გამოსახულების მნიშვნელობის ზრდას. ე.ი. საძიებელი x არის –2.

38. $ab<0$ ე.ი, a და b სხვადასხვანიშნიანია.
ანალოგიურად, $ac<0$, ე.ი. a და c სხვადასხვანიშნიანია.
შესაბამისად, ვასკვნით, რომ b და c ერთნაირნიშნიანია, ანუ სავარაუდო პასუხებიდან გ) შემთხვევა $\frac{b}{c}>0$.

40. ბ) $+(2,4a-3,6b)-1,2a-(-2,4b)=2,4a-3,6b-1,2a+2,4b=1,2a-1,2b=1,2\cdot 0,004=0,0048$.

43. ა) მთელი რიცხვები, რომელთა მოდული 5-ზე ნაკლებია არის –4; –3; –2; –1; 0; 1; 2; 3; 4. მათგან უმცირესია –4.
დ) წინა მაგალითების გათალისწინებით, ადვილი დასადგენია რომ ასეთი რიცხვია –100.

46. ა) ვთქვათ საკლებია a, ხოლო მაკლები b, მაშინ მათი სხვაობა იქნება a–b.
თუ საკლებს გავზრდით 3-ით, გახდება (a+3);
ანალოგიურად, მაკლები (b+3); მაშინ სხვაობა მიიღება (a+3)–(b+3)=a+3–b-3=a–b,
სხვაობა არ შეიცვალა.
დ) ვთქვათ საკლებია a, ხოლო მაკლები b, მაშინ მათი სხვაობა იქნება a-b
თუ საკლებს შეამცირებთ 4,6-ით, გახდება $(a-4,6)$;
ხოლო მაკლებს შეამცირებთ 1,3-ით, გახდება $(b-1,3)$;
მაშინ სხვაობა მიიღება $(a-4,6)-(b-1,3)=a-4,\ 6-b+1,3=a-b-3,3$,
ანუ სხვაობა შემცირდება 3,3-ით.

48. ა) მოპირდაპირე რიცხვებია.
ბ) ტოლია, რადგან მოპირდაპირე რიცხვების მოდულები ტოლია.
გ) ტოლია, რადგან მოპირდაპირე რიცხვების კვადრატები ტოლია.

50. უმცირესი ორნიშნა რიცხვია 10, უდიდესი ოთხნიშნა რიცხვი 9999,
$|10-9999|=|-9989|=-9989$.

თავი II

თემატური ბლოკი: გეომეტრიული ფიგურები		
სამიზნე ცნებები	შედეგის მიღწევის ინდიკატორები	საკითხები/ქვესაკითხები
მათემატიკური მოდელი	- ბრტყელი და სივრცული ფიგურების აღქმა ცხოვრებისეულ სიტუაციებში; - წრფეების ურთიერთმდება-რეობის ყველა შემთხვევის დაფიქსირება,პარალელობის აქსიომა, წრფის ნაწილების განმარტება და ერთმანეთისგან გამიჯვნა; - კუთხეების დასახელება (მახვილი, მართი, ბლაგვი, გაშლილი), მათი ერთმანეთთან შედარება; - კუთხის შიგნით, წვეროზე გავლებული სხივით შექმნილი კუთხეების დასახელება, ბისექტრისით მიღებული კუთხეების მონიშვნა; - მოსაზღვრე და ვერტიკალური კუთხეების თვისებისა და განმარტების გამიჯვნა; - ორ პარალელურ წრფესთან მიღებული რვა კუთხის სისტემატიზაცია; - პარალელურ წრფეების თვისებებსა და ნიშნებს შორის განსხვავების დაფიქსირება.	**გეომეტრიული ფიგურები** - პირველადი ცნებები; ბრტყელი და სივრცული ფიგურები; **წრფეების ურთიერთმდებარეობა** - მკვეთი, პარალელური წრფეები; **კუთხეები** - კუთხეები გრადუსული ზომების მიხედვით (მახვილი, მართი, ბლაგვი, გაშლილი); - მოსაზღვრე და ვერტიკალური კუთხეები, მათი თვისებები; **პარალელური წრფეები** - პარალელურ წრფეთა თვისებები, წრფეთა პარალელობის ნიშნები.
კანონზომიერება	ბრტყელი და სივრცული ფიგურების ერთმანეთისაგან გამიჯვნა, ამ ფიგურების რეალურ ცხოვრებაში დაფიქსირება; წრფეების ურთიერთმდებარეობის ყველა შემთხვევის დახაზვა, მათთვის შესაბამისი სახელების დარქმევა (ემთხვევა, კვეთს, პარალელურია); მონაკვეთის, წრფის, სხივის ჩანაწერის ერთმანეთისგან განსხვავება; კუთხის ჩაწერა სხვადასხვა ფორმით, კუთხის შიგა და გარე წერტილების დაფიქსირება; მოსაზღვრე და ვერტიკალური კუთხეების განმარტება, მათი თვისების ჩამოყალიბება; პარალელური წრფეები, მათი თვისებები და წრფეების პარალელურობის დადგენა.	

ლოგიკა/ლოგიკური მსჯელობა	• გეომეტრიული ფიგურების დანახვა და მათი დახასიათება; • კუთხეების დახაზვა, გრადუსული ზომის გაზომვა და ერთმანეთთან შედარება; • ვერტიკალური და მოსაზღვრე კუთხეების განმარტება, შესაბამისი თვისების ჩამოყალიბება; • პარალელური წრფეების თვისებების ჩამოთვლა და წრფეთა პარალელობის დადგენა შესაბამისი ნიშნის საფუძველზე.	

სწავლის შედეგები: 1. საკვლევი ობიექტის, სიტუაციის, მოვლენის აღმწერი მათემატიკური მოდელის შექმნა, აგება და მისი გამოყენება შესაბამისი პრობლემის გადასაჭრელად, მიღებული შედეგების წარდგენა და ვიზუალიზაცია ციფრული ტექნოლოგიების გამოყენებით, მოვლენის ანალიზისა და შესწავლისთვის.

2. გეომეტრიული ფიგურების ერთმანეთთან დაკავშირება, დამოკიდებულებების კანონზომიერებების აღმოჩენა, აღწერა, გაგრძელება, გამოყენება მათემატიკური მოდელის შექმნა და გამოყენება მათემატიკური, საბუნებისმეტყველო ან ყოველდღიური მოვლენების გასააზრებლად, პროგნოზირებისა და პრობლემის გადასაჭრელად.

3. ლოგიკური მსჯელობა, შესაბამისი სიმბოლოებისა და ტერმინების გამოყენება მათემატიკური ობიექტების, მათი თვისებების და მათ შორის მიმართებების დასაბუთებისა და ახსნისთვის; რეალური მოვლენის, მათემატიკური ობიექტების განხილვისას მიზეზ-შედეგობრივი კავშირების დადგენა ინდუქციური ან დედუქციური მსჯელობის გამოყენებით; ინფორმაციის ანალიზი და მიღებული დასკვნების ლოგიკური დასაბუთება. მსჯელობის პროცესის განვითარება, ალტერნატიული გზების მოძიება, მიღებული გადაწყვეტილებების სისწორისა და ეფექტიანობის შეფასება რეალური და მათემატიკური პრობლემის გადაჭრისთვის;

საკვანძო შეკითხვები:

- რას წარმოადგენს გეომეტრიული ფიგურა? რომელ გეომეტრიულ ფიგურებს გავეცანით?
- როგორი ურთიერთმდებარეობა შეიძლება ქონდეს წერტილს და წრფეს? წრფეს და წრფეს?
- რას წარმოადგენს კუთხე? როგორ კუთხეებს გავეცანით? რას წარმოადგენს კუთხის ბისექტრისა?
- როგორ კუთხეებს ეწოდება მოსაზღვრე კუთხეები? ვერტიკალური? რა თვისება გააჩნია თითოეულს?
- როგორი წრფეებია პარალელური? რა თვისებები გააჩნია პარალელურ წრფეებს?
- როგორ უნდა დავადგინოთ ორი წრფის პარალელობა?

1. გეომეტრიული ფიგურები

გაკვეთილის თემა: გეომეტრიული ფიგურები;

გაკვეთილის ტიპი: უკვე ცნობილ ფაქტებთან დაკავშირებით ახალი ინფორმაციის მიწოდება;

გაკვეთილის მიზანი: დავანახოთ მოსწავლეებს გეომეტრიული ფიგურის ცნება,როგორც სიბრტყეზე, ისე სივრცეში.

სასურველია, ეს გაკვეთილი ჩატარდეს ინტეგრირებული გაკვეთილის სახით ინფორმატიკის მასწავლებელთან ერთად, პროექტორის გამოყენებით. პროექტორის გამოყენებისას მოსწავლეებს ვაჩვენოთ სხვადასხვა ბრტყელი და სივრცული ფიგურის გამოსახულებები. ვთხოვოთ, დააჯგუფონ ისინი ორ კატეგორიად და თითოეული არჩევანი დაასაბუთონ. შემდეგ შევთავაზოთ ისეთი ფიგურების მაგალითები, რომელთა კლასიფიცირებაც მხოლოდ გარეგნული მსგავსებით შეიძლება დამაბნეველი იყოს. ყურადღება გავამახვილოთ არა მხოლოდ ფიგურის ამოცნობაზე, არამედ იმ ნიშან-თვისებებზე, რომელთა საფუძველზეც მოსწავლე მას კონკრეტულ ჯგუფს მიაკუთვნებს. განვუმარტოთ მათ პირველადი ცნება, ავუხსნათ, რომ ეს ის გეომეტრიული ფიგურაა, რომლისთვისაც არ მოიძებნება უფრო მარტივი გეომეტრიული ფიგურა მის დასახასიათებლად, ამიტომ ისინი მიიღება მხოლოდ წარმოდგენაზე დაყრდნობით. ავუხსნათ, რატომ არის აუცილებელი წინადადებები, რომლებსაც ვღებულობთ დამტკიცების გარეშე. პარაგრაფში დასახელებული აქსიომების მოსწავლეებისთვის მიწოდების შემდეგ, მათი აქტიური მონაწილეობით განვიხილოთ პარაგრაფში გარჩეული ამოცანა.

დავსვათ პარაგრაფის ბოლოს დასმული შეკითხვები,მესამე კითხვას შეიძლება დავუმატოთ: დაახასიათეთ თქვენს მიერ დასახელებული გეომეტრიული ფიგურები შეძლებისდაგვარად-ბრტყელია, სივრცულია, თქვენთვის ცნობილ რომელ გეომეტრიულ ფიგურებს შეიცავს.....

სასურველია გაკვეთილზე განიხილოთ მე-2, მე-4,მე-7 და მე-9 სავარჯიშოები. დანარჩენი ნომრები მივცეთ საშინაო დავალებად.

ამოხსნები, მითითებები:

1. ამოცანის ამოხსნის პროცესი შეიძლება წარვმართოთ ნაბიჯ-ნაბიჯ.

- ავუხსნათ მოსწავლეებს, რომ პირობა „სიბრტყეში გაავლეთ a წრფე“ ნიშნავს, რომ დაფაზე, რვეულში ან ფურცელზე სახაზავის დახმარებით გაავლონ სწორი ხაზი, რომელიც წრფის მოდელად შეიძლება მივიჩნიოთ.
- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ თუ გვინდა აღვნიშნოთ, რომ A წერტილი a წრფეზე მდებარეობს, ვწერთ $A \in a$. თუ გვინდა აღვნიშნოთ, რომ C წერტილი a წრფეზე არ მდებარეობს, ვწერთ: $C \notin a$.
- რადგან პირობის მიხედვით A და B წერტილები მონიშნულია a წრფეზე, ხოლო C, D, E წერტილები – a წრფის გარეთ, მივიღებთ: $A \in a$, $B \in a$, $C \notin a$; $D \notin a$; $E \notin a$.

კითხვა მსჯელობისთვის: შეიძლება მოსწავლეებს დავუსვათ ასეთი შეკითხვა: შეიძლება თუ არა $A \in a$ და $A \notin a$ ჩანაწერები ერთდროულად იყოს ჭეშმარიტი?

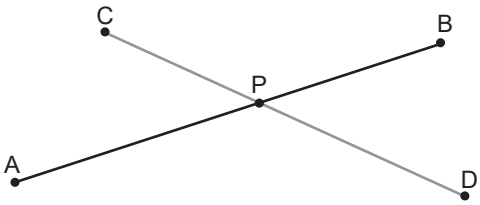
2. ამოცანის ამოხსნის პროცესი შეიძლება წარვმართოთ ნაბიჯ-ნაბიჯ:

- სათანადო პრაქტიკული მაგალითით, გავახსენოთ მოსწავლეებს, რომ ორ განსხვავებულ წერტილზე მხოლოდ ერთი წრფე გაივლება.
- პირობის მიხედვით, G, E და O წერტილები მდებარეობს ერთ წრფეზე. ამიტომ, წყვილები GE, GO, EO ერთსა და იმავე წრფეს განსაზღვრავს. ეს არის ერთი წრფე.
- M წერტილი იმავე წრფეზე არ მდებაროებს, ამიტომ კიდევ მიიღება სამი წრფე: MG, ME, MO, ანუ სულ მიიღება $1 + 3 = 4$ წრფე.

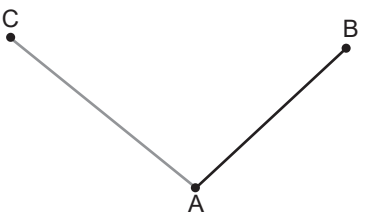
3. ამოცანის ამოხსნის პროცესი შეიძლება წარვმართოთ ნაბიჯ-ნაბიჯ:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ ორი ფიგურის თანაკვეთა არის იმ წერტილთა სიმრავლე, რომლებიც ორივე ფიგურას ეკუთვნის.

ა) თანაკვეთა რომ წერტილი იყოს, საჭიროა მონაკვეთებს მხოლოდ ერთი საერთო წერტილი ჰქონდეთ. მოსწავლეებმა შეიძლება დახაზონ ორი AB და CD მონაკვეთი, რომლებიც ერთმანეთს ერთ P წერტილში კვეთენ ან საერთო სათავის მქონე ორი AC და AB მონაკვეთი.



ან ასე



ბ) თანაკვეთა რომ მონაკვეთი იყოს, საჭიროა მონაკვეთებს საერთო შიგა ნაწილი ჰქონდეთ. ამისათვის შეიძლება ერთი მონაკვეთი CD, მთლიანად ეკუთვნოდეს AB მონაკვეთს. ასევე, სასურველ მაგალითად გამოდგება მონაკვეთი AD და CB მონაკვეთი, რომელთა საერთო ნაწილიც წარმოადგენს მონაკვეთს.

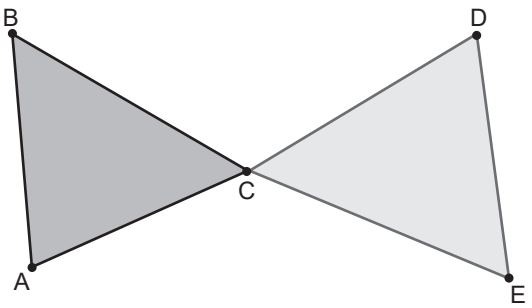




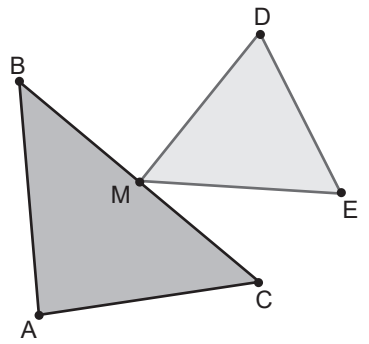
4. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ ორი ფიგურის თანაკვეთა არის იმ წერტილთა სიმრავლე, რომლებიც ორივე ფიგურას ეკუთვნის.

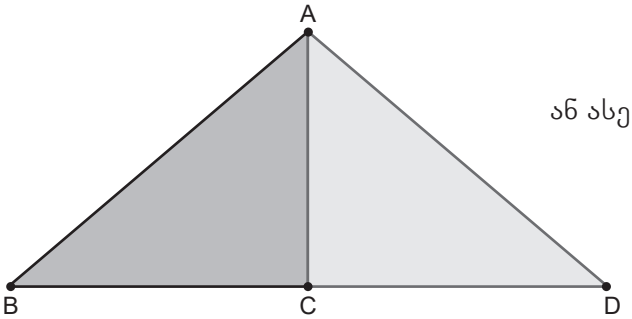
ა) თანაკვეთა რომ წერტილი იყოს, საჭიროა სამკუთხედებს მხოლოდ ერთი საერთო წერტილი ჰქონდეთ. მაგალითად, მოსწავლეებმა შეიძლება დახაზონ ორი სამკუთხედი, რომლებსაც მხოლოდ ერთი საერთო წვერო აქვთ. ამ შემთხვევაში მათი თანაკვეთა ერთი წერტილია.



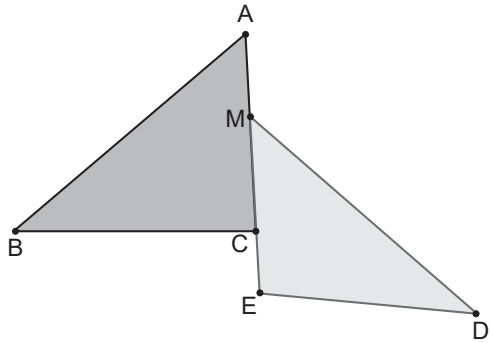
ან ასე



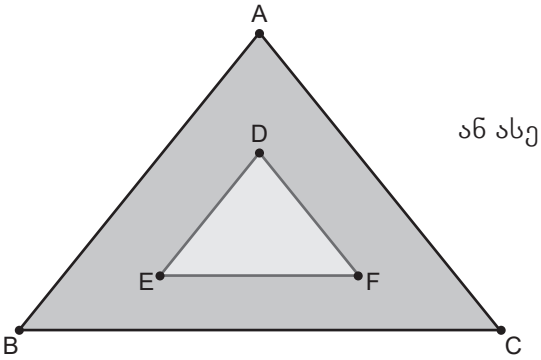
ბ) თანაკვეთა რომ მონაკვეთი იყოს, საჭიროა სამკუთხედებს საერთო გვერდი ან გვერდის ნაწილი ჰქონდეთ. მაგალითად, შეიძლება დაიხაზოს ორი სამკუთხედი საერთო გვერდით.



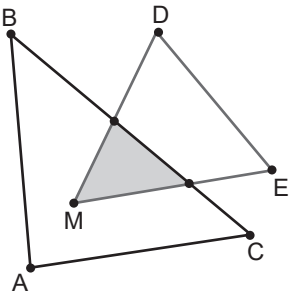
ან ასე

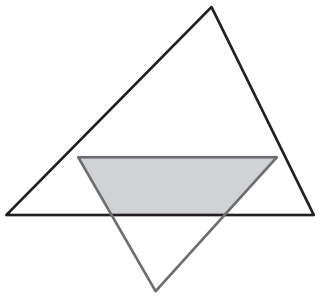


გ) თანაკვეთა რომ სამკუთხედი იყოს, შეიძლება მოვიქცეთ ასე: ერთი სამკუთხედი მთლიანად მოვათავსოთ მეორის შიგნით (იხ. ნახ.). შესაძლოა სხვა კონსტრუქციების აგებაც.



ან ასე

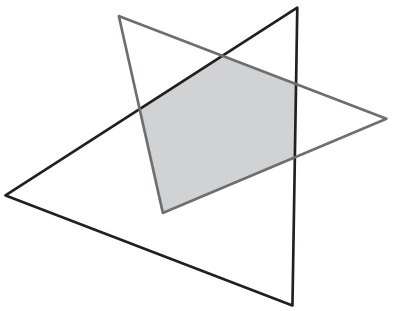


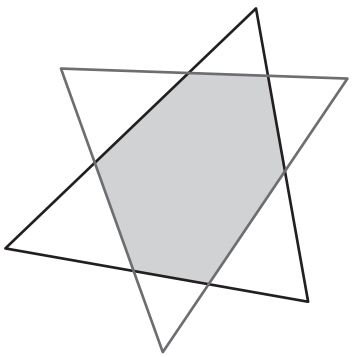


დ) თანაკვეთა რომ ოთხკუთხედი იყოს, საჭიროა სამკუთხედები ნაწილობრივ გადაიკვეთოს ისე, რომ მათი საერთო ნაწილი ოთხი გვერდით შემოსაზღვრული ფიგურა იყოს. მოსწავლეებს შეიძლება შევთავაზოთ სხვადასხვა ვარიანტის დახაზვა და დაკვირვება, თუ რა ფიგურა მიიღება თანაკვეთის სახით.

კითხვა მსჯელობისთვის: შეიძლება თუ არა ორი სამკუთხედის თანაკვეთა იყოს ხუთკუთხედი? დაასაბუთეთ პასუხი.

ბოლო შეკითხვა სასარგებლოა, რადგან მოსწავლეები დაკვირვებით ან მსჯელობით მივლენ დასკვნამდე, რომ ორი სამკუთხედის თანაკვეთაში მიღებულ მრავალკუთხედს მაქსიმუმ ექვსი გვერდი შეიძლება ჰქონდეს. ეს ქმნის კარგ საფუძველს შემდგომი გეომეტრიული კვლევებისთვის.





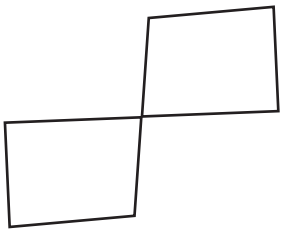
მოსალოდნელი შეცდომა: მოსწავლემ ორი ფიგურის თანაკვეთა აღიქვას მხოლოდ მათი საზღვრების გადაკვეთის წერტილებად და არ გაითვალისწინოს საერთო შიგა ნაწილი.

მასწავლებლის რეაგირება: სხვადასხვა განლაგების ორი ფიგურა დავხაზოთ ან გამჭვირვალე ქაღალდზე/ეკრანზე გადავაფაროთ ერთმანეთს და ვთხოვოთ მოსწავლეებს მონიშნონ ყველა წერტილი, რომელიც ორივე ფიგურას ეკუთვნის. ამის შემდეგ კვლავ დავუბრუნდეთ თანაკვეთის განმარტებას.

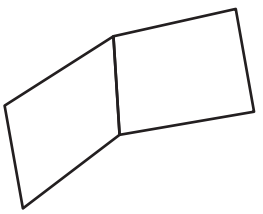
მეთოდური მიზანი: პირდაპირ ეხმიანება ტიპური შეცდომების პრევენციის რეკომენდაციას და ამყარებს „თანაკვეთის“ ცნების სიმრავლურ გაგებას.

5. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

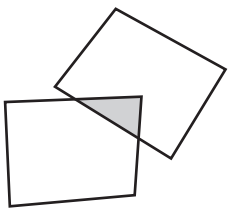
- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ ორი ფიგურის თანაკვეთა არის იმ წერტილთა სიმრავლე, რომლებიც ორივე ფიგურას ეკუთვნის.



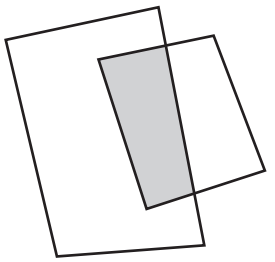
ა) თანაკვეთა რომ წერტილი იყოს, საჭიროა ოთხკუთხედებს მხოლოდ ერთი საერთო წერტილი ჰქონდეთ. მაგალითად, მოსწავლეებმა შეიძლება დახაზონ ორი ოთხკუთხედი, რომლებსაც მხოლოდ ერთი საერთო წვერო აქვთ. ამ შემთხვევაში მათი თანაკვეთა ერთი წერტილია.



ბ) თანაკვეთა რომ მონაკვეთი იყოს, საჭიროა ოთხკუთხედებს საერთო გვერდი ან გვერდის ნაწილი ჰქონდეთ. მაგალითად, შეიძლება დაიხაზოს ორი ოთხკუთხედი საერთო გვერდით. ამ შემთხვევაში მათი თანაკვეთა მონაკვეთია.



გ) თანაკვეთა რომ სამკუთხედი იყოს, საჭიროა ოთხკუთხედები ნაწილობრივ გადაიკვეთოს ისე, რომ მათი საერთო ნაწილი სამკუთხედს წარმოადგენდეს. მოსწავლეებს შეიძლება შევთავაზოთ სხვადასხვა ვარიანტის დახაზვა და დაკვირვება მიღებულ თანაკვეთაზე.



დ) თანაკვეთა რომ ოთხკუთხედი იყოს, საჭიროა ოთხკუთხედები გადაიკვეთოს ისე, რომ მათი საერთო ნაწილი ოთხი გვერდით შემოსაზღვრული ფიგურა იყოს. მაგალითად, ერთი ოთხკუთხედი შეიძლება ნაწილობრივ მოთავსდეს მეორეში ან ისინი გადაიკვეთოს ისე, რომ თანაკვეთა წარმოადგენდეს ოთხკუთხედს.

კითხვა მსჯელობისთვის: შეიძლება თუ არა ორი ოთხკუთხედის თანაკვეთა იყოს ხუთკუთხედი? დახაზეთ შესაბამისი მაგალითი ან დაასაბუთეთ, რატომ არის ეს შეუძლებელი.

მეთოდური შენიშვნა: ბოლო შეკითხვა სასარგებლოა, რადგან მოსწავლეები დაკვირვებით ან მსჯელობით მივლენ დასკვნამდე, რომ ორი ოთხკუთხედის თანაკვეთაში მიღებულ მრავალკუთხედს მაქსიმუმ რვა გვერდი შეიძლება ჰქონდეს. ეს ქმნის კარგ საფუძველს შემდგომი გეომეტრიული კვლევებისთვის. პრაქტიკული სიტუაციების განხილვა და შესაბამისი ნახაზები აგება ასევე დაეხმარებათ მათ იმის გაანალიზებაში, რომ ერთი და იმავე სახის თანაკვეთის მიღება სხვადასხვა განლაგებითაც არის შესაძლებელი.

12. ა) ცხადია, ჭეშმარიტია;

ბ) 5-ზე იყოფა 5-ით დაბოლოებული რიცხვებიც, ამიტომ წინადადება მცდარია.

გ) მცდარია, მაგალითად: 4 იყოფა 2-ზე და 6 არ იყოფა 4-ზე. აქ საჭიროა მოსწავლეებს ისიც ვუთხრათ, რომ წინადადების მცდარობის საჩვენებლად ერთი მაგალითიც ყოფნის, ხოლო ჭეშმარიტების დასადგენად საჭიროა დასაბუთება.

დ) ჭეშმარიტია, რადგან სამ მომდევნო მთელი რიცხვიდან ერთი აუცილებლად 3-ის ჯერადია, ხოლო ერთი მაინც ლუწია.

2. წრფეების ურთიერთმდებარეობა

გაკვეთილის თემა: წრფეების ურთიერთმდებარეობა;
გაკვეთილის ტიპი: ცნობილი ფაქტების განმტკიცება, ახალი ცნებების მიწოდება;
გაკვეთილის მიზანი: მოსწავლემ გაითავისოს, რომ თუ ორი წრფე განსხვავებულია, მათ ან ერთადერთი წერტილი აქვთ საერთო (მკვეთი წრფეები), ან არცერთი (პარალელური წრფეები).
აქტივობა: წინარე ცოდნის გააქტიურების მიზნით, შეიძლება დავსვათ შემდეგი შეკითხვები:

- რა არის გეომეტრიული ფიგურა?
- როგორ გეომეტრიულ ფიგურას ეწოდება პირველადი? დაასახელეთ პირველადი ცნებები;
- დაასახელეთ თქვენს გარშემო მყოფი გეომეტრიული ფიგურები, რომელი მათგანია ბრტყელი, რომელი სივრცული?
- გეომეტრიის რომელი ნაწილი სწავლობს ბრტყელ ფიგურებს? სივრცულს?

განვმარტოთ პარალელური წრფეები. აუცილებელია მოსწავლემ დაინახოს და დააფიქსიროს გარშემო მყოფი პარალელურ წრფეთა მაგალითები (პარალელური ქუჩები, დენის ხაზები, პარალელურად დალაგებული მერხები და ა.შ.) შეძლოს წრფის გარეთ მდებარე წერტილიდან ამ წრფის მიმართ პარალელური წრფის გავლება და უნდა იცოდეს, რომ ასეთი წრფე ერთადერთია.

GeoGebra-ს მოკლე კვლევა: GeoGebra-ში ავაგოთ a წრფე და მის გარეთ A წერტილი. A წერტილზე გავავლოთ a წრფის პარალელური წრფე. შემდეგ გადავაადგილოთ A წერტილი და დავაკვირდეთ, ინარჩუნებს თუ არა აგებული წრფე პარალელურობას. მოსწავლეებს დავუსვათ კითხვა: შეიძლება თუ არა იმავე A წერტილზე გავავლოთ კიდევ ერთი, პირველი წრფისგან განსხვავებული და a-ს პარალელური წრფე?

მეთოდური მიზანი: დინამიკური მოდელი თვალსაჩინოდ აჩვენებს პარალელური წრფის ერთადერთობას და ქმნის საფუძველს შემდგომი პარალელობის თემებისთვის.

ვავარჯიშოთ ისინი სახაზავის საშუალებით ააგონ პარალელური წრფეები. განვმარტოთ სხივი, დამატებითი სხივები. მოსწავლემ უნდა შეძლოს სხივის წაკითხვა, სათავის დასახელება, ამ სხივის დამატებითი სხივის აგება. ერთ წრფეზე მდებარე სამი წერტილისთვის იმის გარკვევა, რომელი მდებარეობს დანარჩენ ორს შორის.

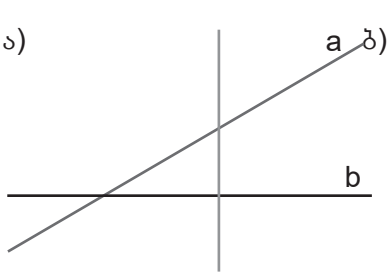
განვმარტოთ ნახევარსიბრტყე. ვთხოვოთ მოსწავლეებს დაასახელონ მოცემული წრფით მიღებული ნახევარსიბრტყეების ცხოვრებისეული მაგალითები (მდინარე, ქუჩა და ა.შ.).

რუბრიკა „მოვემზადოთ შემდეგი გაკვეთილისთვის“ ემსახურება მოსწავლეებისთვის შემდეგი გაკვეთილის თემის გაცნობას, იმის მიღწევას, რომ მათ მოახერხონ, ზოგ შემთხვევაში, განმარტონ ახალი ცნება და ზოგჯერ გამოიტანონ შესაბამისი დასკვნები. ამ შემთხვევაში მათ უნდა დაინახონ წრფეზე მონაკვეთი, რაც მათთვის ახალი ფიგურა არ არის, მაგრამ უკვე შეძლონ მისი განმარტება.

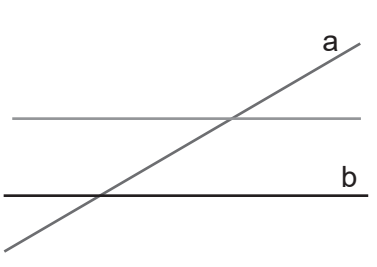
კლასში, სასურველია, განვიხილოთ 1-ლი, მე-3, მე-7 სავარჯიშოები.

ამოხსნები, მითითებები:

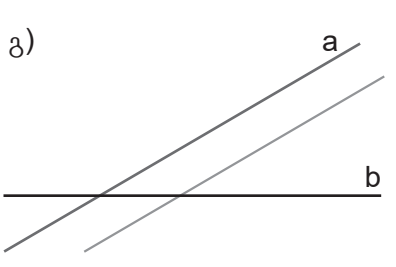
1. ა)



ბ)

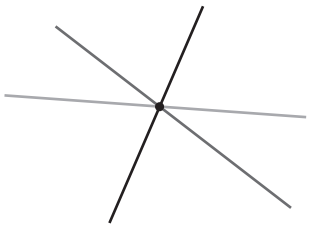


გ)

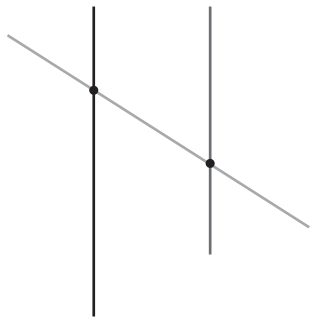


3. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

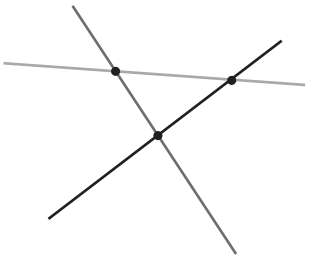
შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ ორი წრფე ან იკვეთება ერთ წერტილში, ან პარალელურია და საერთო წერტილი არ აქვს. ასევე, ერთ წერტილზე შეიძლება რამდენიმე წრფე გავიდეს.



ა) გადაკვეთის ერთი წერტილი რომ მივიღოთ, შეიძლება სამი წრფე გავავლოთ ისე, რომ სამივე ერთსა და იმავე წერტილში იკვეთებოდეს. ამ შემთხვევაში სამივე წრფეს მხოლოდ ერთი საერთო გადაკვეთის წერტილი ექნება.



ბ) გადაკვეთის ორი წერტილი რომ მივიღოთ, შეიძლება ორი წრფე იყოს პარალელური, ხოლო მესამე წრფემ ორივე მათგანი გადაკვეთოს. ამ შემთხვევაში მესამე წრფე თითოეულ პარალელურ წრფეს ერთ წერტილში გადაკვეთს და სულ მივიღებთ ორ გადაკვეთის წერტილს.



გ) გადაკვეთის სამი წერტილი რომ მივიღოთ, საჭიროა სამი წრფე ისე გავავლოთ, რომ ყოველმა ორმა წრფემ ერთმანეთი სხვადასხვა წერტილში გადაკვეთოს. ამ შემთხვევაში მიიღება სამი გადაკვეთის წერტილი.



დ) გადაკვეთის არცერთი წერტილი რომ მივიღოთ, საჭიროა სამივე წრფე ერთმანეთის პარალელური იყოს. ასეთ შემთხვევაში არცერთი წრფე არ კვეთს მეორეს და გადაკვეთის წერტილი არ მიიღება.

მოსალოდნელი შეცდომა: მოსწავლემ ორი წრფე პარალელურად მხოლოდ იმიტომ მიიჩნიოს, რომ მოცემულ ნახაზზე ისინი არ იკვეთება.

მასწავლებლის რეაგირება: შევახსენოთ, რომ ნახაზზე წრფის მხოლოდ ნაწილი ჩანს, თვითონ წრფე კი ორივე მიმართულებით უსასრულოდ გრძელდება. ამიტომ ვუთხრათ,რომ მხოლოდ ვიზუალური დაკვირვება არ არის საკმარისი პარალელობის დასადგენად.

მეთოდური მიზანი: ასწავლის მოსწავლეს, რომ გეომეტრიული დასკვნა მხოლოდ ნახაზის გარეგნულ იერს არ უნდა დაეფუძნოს.

კითხვა მსჯელობისთვის: შეიძლება თუ არა სამ წრფეს ზუსტად ოთხი გადაკვეთის წერტილი ჰქონდეს? დაასაბუთეთ პასუხი.

5. ა) სამ ნაწილად; ბ) ოთხ ნაწილად.

6. **ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა**:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ ერთი წერტილი წრფეს ორ ნაწილად, ორ სხივად ყოფს.
- ნახაზზე O წერტილი OA სხივის სათავეა. წერტილები A და B მდებარეობს OA სხივზე, რადგან ისინი O წერტილიდან სხივის "მიმართულებით" არიან განლაგებული.
- წერტილი K მდებარეობს O წერტილის მეორე მხარეს, ამიტომ იგი OA სხივს არ ეკუთვნის.
- წერტილები M და N საერთოდ არ მდებარეობენ მოცემულ წრფეზე, ამიტომ ისინი OA სხივს არ ეკუთვნიან.
- მაშასადამე, მოცემული წერტილებიდან OA სხივს ეკუთვნის O, A და B, ხოლო არ ეკუთვნის K, M და N.

პასუხი: OA სხივს ეკუთვნის O, A და B წერტილები; არ ეკუთვნის K, M და N წერტილები.

კითხვა მსჯელობისთვის: ეკუთვნის თუ არა O წერტილი OA სხივს? დაასაბუთეთ პასუხი.

უკანასკნელი კითხვა მნიშვნელოვანია, რადგან მოსწავლეები ხშირად ფიქრობენ, რომ სხივს სათავე არ ეკუთვნის. აქ კი უნდა გაიხსენონ, რომ სხივი შეიცავს როგორც სათავეს, ისე მის „მიმართულებით" მდებარე ყველა წერტილს.

8. სიბრტყე გაიყო ორ ნაწილად, მაგრამ საერთო სათავის მქონე ეს ორი სხივი, ცხადია, არ წარმოადგენენ დამატებით სხივებს, რადგან ერთ წრფეზე არ მდებარეობენ.

9. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ პარალელური წრფეები ერთ სიბრტყეში მდებარე ისეთი წრფეებია, რომლებიც ერთმანეთს არ კვეთს.
- პირობის მიხედვით, a, b, c და d განსხვავებული წრფეები გადის ერთსა და იმავე M წერტილზე. ეს ნიშნავს, რომ თითოეულ მათგანს ეკუთვნის M წერტილი.
- თუ ამ წრფეებიდან ავიღებთ ნებისმიერ ორ წრფეს, მათ საერთო ექნებათ M წერტილი. ამიტომ ისინი ერთმანეთს კვეთენ M წერტილში.

პასუხი: არა, შეუძლებელია.

კითხვა მსჯელობისთვის: შეიძლება თუ არა ორი განსხვავებული წრფე ერთ საერთო წერტილზე გადიოდეს და მაინც პარალელური იყოს? დაასაბუთეთ პასუხი.

10. ა) ჭეშმარიტია: ლუწი რიცხვების ჯამი ლუწია;

ბ) მცდარია: ლუწი და კენტი რიცხვების ჯამი და სხვაობა კენტია;

გ) და დ) ჭეშმარიტია, იმიტომ რომ a ლუწი რიცხვია;

11. ა) გაიზრდება 18+10=28-ით; ბ) არ შეიცვლება;

გ) შემცირდება 4:2=2-ჯერ; დ) გაიზრდება 8-ჯერ;

ე) შემცირდება 2-ჯერ; ვ) არ შეიცვლება.

3. მონაკვეთი

გაკვეთილის თემა: მონაკვეთი.

გაკვეთილის ტიპი: უკვე ცნობილი ფაქტების განმტკიცება-დასაბუთება.

გაკვეთილის მიზანი: მოსწავლემ შეძლოს მონაკვეთის ჩაწერა მისი ბოლოებით, ტოლი მონაკვეთების მონიშვნა,წრფეზე აღებული სამი წერტილით მიღებული მონაკვეთების წაკითხვა და რომელიმე ორის მოცემულობით, მესამის სიგრძის პოვნა.

აქტივობა: დავალების განხილვის შემდეგ, წინარე ცოდნის გააქტიურების მიზნით, შეიძლება დავსვათ შემდეგი შეკითხვები:

- რა ურთიერთმდებარეობა აქვს ორ წრფეს სიბრტყეზე?
- რა არის სხივი, დამატებითი სხივები?
- რას ეწოდება ნახევარსიბრტყე, როგორ მიიღება იგი?

მოიყვანეთ შესაბამისი მაგალითები.

პარაგრაფის დასაწყისში დასმული და განხილული ამოცანების მსგავსი საზეპირო ამოცანები შეიძლება შევთავაზოთ მოსწავლეებს. მაგალითად, რა სიგრძისაა სკოლის დერეფანი, თუ ვიცით საკლასო ოთახების კარებებს შორის მანძილები და საკლასო ოთახების რაოდენობა...

კლასში, სასურველია, განვიხილოთ მე-2, მე-5, მე-9 და მე-10 სავარჯიშოები.

ამოხსნები, მითითებები:

2. ა) შეადგინონ ნახაზი და დაინახონ, რომ $AB = AM + MB = 19$ (სმ);
ბ) $MB = AB - AM = 6$ (სმ);
გ) $MB = AB - x = 11 - x$.

3. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ თუ M წერტილი AB მონაკვეთის შიგა წერტილია, მაშინ იგი მონაკვეთს ორ ნაწილად ყოფს და სრულდება ტოლობა: $AB = AM + MB$.

ა) პუნქტში მოცემულია $AB = 7{,}3$ სმ და $AM = 3{,}4$ სმ. რადგან $AB = AM + MB$, მივიღებთ:
$MB = AB - AM = 7{,}3 - 3{,}4 = 3{,}9$ სმ.

ბ) პუნქტში მოცემულია $AM = 2{,}7$ სმ და $MB = 3{,}5$ სმ. რადგან $AB = AM + MB$, მივიღებთ:
$AB = 2{,}7 + 3{,}5 = 6{,}2$ (სმ).

პასუხი: ა) $MB = 3{,}9$ სმ; ბ) $AB = 6{,}2$ სმ.

კითხვა მსჯელობისთვის: შეიძლება თუ არა M წერტილი იყოს AB მონაკვეთის შიგა წერტილი, თუ $AM = 4$ სმ, $MB = 5$ სმ, ხოლო $AB = 8$ სმ? დაასაბუთეთ პასუხი.

ეს ბოლო შეკითხვაც სასარგებლოა, რადგან მოსწავლეებმა უნდა შეამოწმონ ტოლობა $AB = AM + MB$ და დაასკვნან, რომ რადგან $4 + 5 \neq 8$, ამიტომ M წერტილი ვერ იქნება AB მონაკვეთის შიგა წერტილი.

პრაქტიკული აქტივობა:

წყვილებში მუშაობისას მოსწავლეებს მივცეთ სამი განსხვავებული სიგრძის ქაღალდის ზოლი ან მონიშნული მონაკვეთები. ერთ შემთხვევაში შეარჩიონ სიგრძეები ისე, რომ შესრულდეს $AB = AM + MB$, მეორე შემთხვევაში — ისე, რომ ეს ტოლობა არ შესრულდეს. თითოეულ შემთხვევაში დაასაბუთონ, შეიძლება თუ არა M წერტილი იყოს AB მონაკვეთის შიგა წერტილი.

მეთოდური მიზანი: არსებული თეორიული მსჯელობა გადადის ხელით შესასრულებელ მოდელზე და ამცირებს მონაკვეთის ნაწილების შეკრებისას დაშვებულ შეცდომებს.

4. $AX + XB = 3,4$ დმ $= 34$ სმ.

5. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ მონაკვეთის შუა წერტილი მონაკვეთს ორ ტოლ ნაწილად ყოფს.

- აღვნიშნოთ MC მონაკვეთის შუა წერტილი P-თ, ხოლო CN მონაკვეთის შუა წერტილი – Q-ით.
- რადგან C წერტილი MN მონაკვეთის შიგა წერტილია, გვაქვს: $MN = MC + CN$.
- MC მონაკვეთის შუა წერტილამდე მანძილი C წერტილიდან არის $\frac{MC}{2}$, ხოლო CN მონაკვეთის შუა წერტილამდე მანძილი C წერტილიდან არის $\frac{CN}{2}$.

  ამიტომ $PQ = \frac{MC}{2} + \frac{CN}{2} = \frac{MC + CN}{2}$.
- რადგან $MC + CN = MN = 14$ სმ, მივიღებთ: $PQ = \frac{14}{2} = 7$ (სმ).

პასუხი: MC და CN მონაკვეთების შუა წერტილებს შორის მანძილი არის 7 სმ.

კითხვა მსჯელობისთვის: შეიცვლება თუ არა პასუხი, თუ C წერტილი MN მონაკვეთის შიგა წერტილი არ არის, მაგრამ ძევს MN წრფეზე? ახსენით, რატომ.

მოსწავლეებმა შეიძლება გამოიკვლიონ შემთხვევა, როცა C წერტილი მდებარეობს MN მონაკვეთის გარეთ, მაგრამ იმავე წრფეზე. თუ MC და CN მონაკვეთების შუა წერტილებს აღვნიშნავთ P და Q წერტილებით, აღმოჩნდება, რომ PQ მანძილი ამ შემთხვევაშიც MN მონაკვეთის ნახევრის ტოლია.

მართლაც, როდესაც C წერტილი მონაკვეთის გარეთ მდებარეობს, ერთ-ერთი მონაკვეთის სიგრძე მეორისა და MN მონაკვეთის სიგრძეების ჯამის ტოლია. აქედან გამოდის, რომ შუა წერტილებს შორის მანძილი კვლავ $\frac{MN}{2}$-ს უდრის.

ამრიგად, პასუხი არ შეიცვლება და მოცემულ ამოცანაში კვლავ მივიღებთ:

$$PQ = 14 : 2 = 7 \text{ სმ.}$$

დასკვნა: C წერტილი შეიძლება მდებარეობდეს როგორც MN მონაკვეთის შიგნით, ისე მის გარეთ, მაგრამ თუ იგი MN წრფეზე ძევს, MC და CN მონაკვეთების შუა წერტილებს შორის მანძილი ყოველთვის MN მონაკვეთის ნახევრის ტოლია

9. ა) $AB + CD = 3$



ბ) $CD - AB = 0,4$



გ) ამ შემთხვევაში $BD = 0,4$; $AD = AB - BD = 1,3 - 0,4 = 0,9$



11. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ თუ მონაკვეთი ნაწილებად არის გაყოფილი მოცემული შეფარდებით, ჯერ უნდა ვიპოვოთ, რამდენი წილი მოდის მთელ მონაკვეთზე.
- პირობის მიხედვით, AB მონაკვეთი დაყოფილია სამ მონაკვეთად, რომელთა სიგრძეების შეფარდებაა 2 : 5 : 3. მაშასადამე, მთელ მონაკვეთზე მოდის 2 + 5 + 3 = 10 ტოლი სიგრძის ნაწილი
- რადგან AB = 100 სმ, ერთი ნაწილის სიგრძეა 100 : 10 = 10 (სმ). ამიტომ მონაკვეთების სიგრძეებია: 2 · 10 = 20 სმ; 5 · 10 = 50 სმ; 3 · 10 = 30 სმ.
- აღვნიშნოთ მონაკვეთის დაფიქსირებული წერტილები C და D-ით. მაშინ AC = 20 სმ, CD = 50 სმ, DB = 30 სმ. კიდურა მონაკვეთებია AC და DB.
- AC მონაკვეთის შუა წერტილი A-დან დაშორებულია 10 სმ-ით, ხოლო DB მონაკვეთის შუა წერტილი A-დან დაშორებულია 20 + 50 + 15 = 85 სმ-ით.
- ამიტომ კიდურა მონაკვეთების შუა წერტილებს შორის მანძილია 85 – 10 = 75 (სმ).

პასუხი: კიდურა მონაკვეთების შუა წერტილებს შორის მანძილი არის 75 სმ.

კითხვა მსჯელობისთვის: შეიცვლება თუ არა პასუხი, თუ მონაკვეთების სიგრძეების შეფარდება იქნება 3:5:2? ახსენით, რატომ.

4. კუთხე

გაკვეთილის თემა: კუთხე;

გაკვეთილის ტიპი: ახალი ინფორმაციის მიწოდება, უკვე ცნობილ ფიგურაზე – კუთხე.

გაკვეთილის მიზანი: მოსწავლეებმა შეეძლონ კუთხის სხვადასხვანაირად ჩაწერა(სამი ასოთი, მარტო წვეროს შესაბამისი ასოთი, გვერდების შესაბამისი სხივებით..) და წაკითხვა, იმის გარკვევა, კუთხის წვეროზე გამავალი სხივი კუთხის გარეთაა, თუ კუთხეს ყოფს ორ ნაწილად და ამ შემთხვევაში მიღებულ კუთხეების გრადუსულ ზომებს შორის სწორი თანაფარდობის დადგენა.

აქტივობა: დავალების შემოწმების და შეკითხვების გარჩევის შემდეგ, წინარე ცოდნის გააქტიურების მიზნით, დავსვათ შეკითხვები:

- რა არის მონაკვეთი?
- რამდენ მონაკვეთს გვაძლევს წრფეზე დასმული სამი წერტილი?
- რა დამოკიდებულებაა მიღებული მონაკვეთების სიგრძეებს შორის?

განვმარტოთ კუთხე, ავუხსნათ კუთხის ჩაწერის სხვადასხვა ფორმები. ვაჩვენოთ კუთხის საზომი ხელსაწყო-ტრანსპორტირი და ვასწავლოთ მისი გამოყენება. ტრანსპორტირის დემონსტრირების დროს განვმარტოთ გაშლილი კუთხე, დავანახოთ მართი კუთხე, შემდეგ კუთხე, რომელიც მასზე ნაკლებია და ცხადია, არაუარყოფითია. განვმარტოთ ბლაგვი კუთხე. დავსვათ კითხვები: როგორ ესმით, რომ ორი კუთხე ტოლია, როგორ სხივებს შორის კუთხე არის 0 გრადუსიანი... შევთავაზოთ დაასახელონ დროები, როდესაც საათის ისრები ადგენენ ზემოთ დასახელებულ კუთხეებს.

GeoGebra-ს მოკლე კვლევა

GeoGebra-ში ავაგოთ ∠AOB და მისი შიგნით მოძრავი OM სხივი. ვაჩვენოთ კუთხეების ზომები ∠AOM, ∠MOB და ∠AOB. M-ის გადაადგილებისას მოსწავლეებმა დააკვირდნენ, რომ ∠AOM + ∠MOB = ∠AOB უცვლელად სრულდება. შემდეგ ვკითხოთ: რა შეიცვლება და რა დარჩება უცვლელი OM სხივის გადაადგილებისას?

მეთოდური მიზანი: დინამიკური მოდელი ამყარებს კუთხის ნაწილებად დაყოფისა და გრადუსული ზომების შეკრების გაგებას.

გავახსენოთ გრადუსული ზომა (იციან წინა კლასებიდან), განვუმარტოთ ახალი საზომი ერთეული-მინუტი.

სასურველია, კლასში გაირჩეს №№ 1, 4, 5, 11.

ამოხსნები, მითითებები:

5. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ თუ ერთ წრფეზე მდებარე სამი წერტილიდან ერთ-ერთი დანარჩენ ორს შორის მდებარეობს, მაშინ ორი მონაკვეთის სიგრძეების ჯამი მესამე მონაკვეთის სიგრძის ტოლია.
- .მოცემულია: MN = 2,8 სმ, MK = 5,1 სმ, NK = 7,9 სმ.
- შევამოწმოთ: MN + MK = 2,8 + 5,1 = 7,9 სმ. ეს კი NK მონაკვეთის სიგრძის ტოლია.
- მაშასადამე, M წერტილი მდებარეობს N და K წერტილებს შორის.
- რადგან M,N და K წერტილები შესაბამისად OM, ON და OK სხივებზე მდებარეობს, მივიღებთ, რომ OM სხივი გადის ON და OK სხივებს შორის.

პასუხი: OM სხივი მდებარეობს ON და OK სხივებს შორის.

კითხვა მსჯელობისთვის: როგორ შეიცვლებოდა პასუხი, თუ შესრულდებოდა ტოლობა MN + NK = MK?

მოსალოდნელი შეცდომა: მოსწავლემ ჩათვალოს, რომ კუთხის შიგნით გავლებული ნებისმიერი სხივი ბისექტრისაა.

მასწავლებლის რეაგირება: დავხაზოთ ერთი და იმავე კუთხის შიგნით რამდენიმე სხივი და ვთხოვოთ მოსწავლეებს გაზომვით დაადგინონ, რომელია ბისექტრისა. დასკვნა მოსწავლეებმა თავად ჩამოაყალიბონ: სხივი ბისექტრისაა მხოლოდ მაშინ, როცა მიღებული ორი კუთხის გრადუსული ზომები ტოლია.

მეთოდური მიზანი: განსაზღვრების გამოყენებას უკავშირებს შემოწმებად კრიტერიუმს.

6. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ კუთხის შიგა წერტილი მდებარეობს კუთხის გვერდებს შორის. ნახაზზე სხივებს საერთო სათავე O აქვთ და ისინი ამ თანმიმდევრობით არიან განლაგებული: OA, OL, OM, ON, OK.
- M წერტილი მდებარეობს OM სხივზე. იმისათვის, რომ M იყოს კუთხის შიგა წერტილი, კუთხის ერთი გვერდი უნდა მდებარეობდეს OM სხივის ერთ მხარეს, ხოლო მეორე გვერდი — მეორე მხარეს. ამიტომ M წერტილი არის შემდეგი კუთხეების შიგა წერტილი: ∠AON, ∠AOK, ∠LON, ∠LOK.
- K წერტილი მდებარეობს OK სხივზე, რომელიც ნახაზზე ერთ-ერთი კიდურა სხივია. მის ერთ მხარეს სხვა სხივი აღარ არის, ამიტომ მოცემული სხივებით ვერ მივიღებთ ისეთ კუთხეს, რომლის შიგა წერტილიც K იქნება.

პასუხი: ა) ∠AON, ∠AOK, ∠LON, ∠LOK; ბ) ასეთი კუთხე არ არსებობს.

კითხვა მსჯელობისთვის: რომელი კუთხეების შიგა წერტილია N წერტილი?

10. ∠AOB = ∠AOK + ∠BOK = 38° + 57° = 95°.

11. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ თუ სხივი OM გადის ∠AOB კუთხის გვერდებს შორის, მაშინ იგი ∠AOB კუთხეს ორ ახალ კუთხედ ყოფს. ცხადია, სამართლიანია ტოლობა ტოლობა: ∠AOB = ∠AOM + ∠MOB.

  ა) მოცემულია ∠AOB = 120° და ∠MOB = 45°.

  ამიტომ ∠AOM = 120° – 45° = 75°

  პასუხი: ∠AOM = 75°, ∠MOB = 45°

  ბ) მოცემულია ∠AOB = 95° და ∠AOM = ∠BOM + 17°. აღვნიშნოთ ∠BOM = x. მაშინ ∠AOM = x + 17°. რადგან ∠AOB = ∠AOM + ∠MOB, მივიღებთ: x + 17° + x = 95° საიდანაც 2x + 17° = 95°, ანუ 2x = 78° და x = 39°.

  ამიტომ ∠MOB = 39°, ხოლო ∠AOM = 39° + 17° = 56°

  პასუხი: ∠AOM = 56°, ∠MOB = 39°.

  გ) მოცემულია ∠AOB = 110° და ∠AOM : ∠MOB = 3 : 2.

  შეფარდების მიხედვით ∠AOM-ს შეესაბამება 3 ნაწილი, ხოლო ∠MOB-ს — 2 ნაწილი.

  სულ გვაქვს: 3 + 2 = 5 ნაწილი. ერთი ნაწილი შეესაბამება 110° : 5 = 22°-ს.

  ამიტომ ∠AOM = 3 · 22° = 66°, ∠MOB = 2 · 22° = 44°.

  პასუხი: ∠AOM = 66°, ∠MOB = 44°.

  კითხვა მსჯელობისთვის: შესაძლებელია თუ არა, რომ ∠AOB = 80°, ხოლო ∠AOM და ∠MOB კუთხეების სხვაობა იყოს 100° ? ახსენით, რატომ?

12. ამოცანა 11 ნომრის ანალოგიურია, კლასში 11-ის გარჩევის შემდეგ ეს ნომერი მივცეთ სახლში დავალებად.
ა) ∠MOA=52,5°; ∠AOK=37,5°;
ბ) ∠MOA=90°; ∠AOK=30°;
გ) ∠MOA=56°; ∠AOK=24°;

13. ზუსტი კუთხის დასახელება, გამოთვლის გარეშე, შეგვიძლია სრულ საათებზე:
18:00 სთ-ზე-180^0, 00:00 სთ-ზე 0 გრადუსი.

14. ა) ყველა მეშვიდეკლასელი წითურია;
ბ) ყველა მეშვიდეკლასელი ხელოვნების მოყვარულია;
გ) არცერთი მეშვიდეკლასელი არ არის წითური;
დ) წითური, ხელოვნების მოყვარულ მეშვიდეკლასელების სიმრავლე;

15. ა) ჭეშმარიტია; ბ) მცდარია; გ) მცდარია.
დავახაზინოთ შესაბამისი ნახაზები.

16. რადგან არცერთი მონაკვეთი არ წარმოადგენს დანარჩენების ჯამს, ეს წერტილები არ მდებარეობენ ერთ წრფეზე. ე.ი. ჭეშმარიტია მარტო ა) წინადადება.

5. კუთხის ბისექტრისა

გაკვეთილის თემა: კუთხის ბისექტრისა;
გაკვეთილის ტიპი: ახალი მასალის მიწოდება;

გაკვეთილის მიზანი: მოსწავლეებმა გაიაზრონ, რომ ტოლ კუთხეებს ტოლი გრადუსული ზომა აქვთ, შეძლონ კუთხის ორ ტოლ ნაწილად გაყოფა ტრანსპორტირის საშუალებით, შეძლონ შესაბამისი გამოთვლების ჩატარება;

აქტივობა: დავალების შემოწმების და შეკითხვების გარჩევის შემდეგ, წინარე ცოდნის გააქტიურების მიზნით, დავსვათ შეკითხვები:

- განმარტეთ კუთხე, კუთხის გვერდები, წვერო;
- როგორ კუთხეს ეწოდება 0°-იანი? მახვილი? მართი? ბლაგვი? გაშლილი?
- დახაზეთ დაფაზე კუთხე, აჩვენეთ კუთხის ჩაწერის სხვადასხვა ფორმები;

განვმარტოთ კუთხის ბისექტრისა. შეასრულონ პარაგრაფის დასაწყისში დასმული ამოცანა. თითოეულ მოსწავლეს თავისი კონკრეტული კუთხე ექნება დასახაზი, მივაქციოთ ყურადღება, რომ სწორად გაატარონ ბისექტრისა. დავსვათ კითხვები: როგორ კუთხეებს მივიღებთ, თუ ბისექტრისას გავატარებთ მახვილ კუთხეში? ბლაგვ კუთხეში? მართ კუთხეში? გაშლილ კუთხეში? როგორ მოახერხებთ კუთხის ორ ტოლ ნაწილად გაყოფას, თუ ეს კუთხე გამოჭრილი გვაქვს ქაღალდის ფურცლიდან?

პრაქტიკული/კვლევითი აქტივობა: მოსწავლეებს დავურიგოთ ქაღალდზე დახაზული სხვადასხვა ზომის კუთხეები. ჯერ ტრანსპორტირის გამოყენების გარეშე, ქაღალდის გადაკეცვით იპოვონ კუთხის ბისექტრისა, შემდეგ შედეგი ტრანსპორტირით გადაამოწმონ. განხილვისას ყურადღება გავამახვილოთ: ბისექტრისა არის სხივი და არა მხოლოდ კუთხის შიგნით გავლებული მონაკვეთი.
მეთოდური მიზანი: აერთიანებს პრაქტიკულ მოდელირებასა და გაზომვით შემოწმებას; ამავე დროს თავიდან გვაცილებს ბისექტრისის მონაკვეთად აღქმის ტიპურ შეცდომას.

კლასში, სასურველია, გავარჩიოთ შემდეგი სავარჯიშოები: №№ 1, 3, 5, 6, 9. დანარჩენი მივცეთ საშინაო დავალებად.

ამოხსნები, მითითებები:

3. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ კუთხის ბისექტრისა არის სხივი, რომელიც კუთხეს ორ ტოლ ნაწილად ყოფს.
- პირობის მიხედვით, OC სხივი არის ∠AOB კუთხის ბისექტრისა და ∠AOB = 120°. ამიტომ ∠AOC = ∠COB = 120° : 2 = 60°.

მაშასადამე, ა) ∠AOC = 60°; ბ) ∠COB = 60°;

გ) ვიპოვოთ, რამდენი გრადუსით განსხვავდება ∠AOC და ∠AOB:
120° – 60° = 60°.

პასუხი: ა) ∠AOC = 60°; ბ) ∠COB = 60°; გ) ∠AOC და ∠AOB განსხვავდება 60°-ით.

კითხვა მსჯელობისთვის: თუ კუთხის ბისექტრისით მიღებული თითოეული კუთხე 35°-ია, რამდენი გრადუსია მთელი კუთხე?

5. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ კუთხის ბისექტრისა კუთხეს ორ ტოლ ნაწილად ყოფს.
  ა) პირობის მიხედვით, OC სხივი არის ∠AOB კუთხის ბისექტრისა და ∠AOB = 96°. ამიტომ ∠AOC = 96° : 2 = 48°.

  ბ) სხივი OD არის ∠AOC კუთხის ბისექტრისა, ამიტომ იგი ∠AOC კუთხეს ორ ტოლ ნაწილად ყოფს: ∠AOD = 48° : 2 = 24°.

  გ) ვიპოვოთ ∠DOB. რადგან OC სხივი გავლებულია OD და OB სხივებს შორის, ამიტომ მივიღებთ: ∠DOB = ∠DOC + ∠COB. აქ ∠DOC = 24°, ხოლო ∠COB = 48°,

  ამიტომ ∠DOB = 24° + 48° = 72°.

პასუხი: ა) ∠AOC = 48°; ბ) ∠AOD = 24°; გ) ∠DOB = 72°.

კითხვა მსჯელობისთვის: ∠AOB კუთხის რა ნაწილს შეადგენს ∠AOD კუთხე? დაასაბუთეთ პასუხი.

7. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ კუთხის ბისექტრისა არის სხივი, რომელიც კუთხეს ორ ტოლ კუთხედ ყოფს.
- ნახაზზე OC სხივი მდებარეობს რამდენიმე კუთხის შიგნით. უნდა დავაკვირდეთ, რომელი კუთხეების გვერდები ადგენენ OC სხივთან ტოლ კუთხეებს.
- ნახაზის მიხედვით, OC სხივი ყოფს BOD კუთხეს ორ ტოლ ნაწილად, ამიტომ OC არის BOD კუთხის ბისექტრისა.
- ასევე ნახაზიდან ჩანს, რომ OC სხივი AOE კუთხესაც ორ ტოლ ნაწილად ყოფს. ამიტომ OC არის AOE კუთხის ბისექტრისაც.

პასუხი: OC სხივი არის BOD და AOE კუთხეების ბისექტრისა.

კითხვა მსჯელობისთვის: შეიძლება თუ არა ერთი და იგივე სხივი იყოს რამდენიმე სხვადასხვა კუთხის ბისექტრისა? ახსენით ნახაზის მიხედვით.

10. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ კუთხის ბისექტრისა კუთხეს ორ ტოლ ნაწილად ყოფს.
- დავხაზოთ ∠ABC = 84°. კუთხის შიდა არეში გავავლოთ BD სხივი. მაშინ BD სხივი ABC კუთხეს ორ კუთხედ ყოფს: ∠ABD და ∠DBC.
- BE სხივი არის ABD კუთხის ბისექტრისა, ამიტომ ∠EBD = ∠ABD : 2. BF სხივი არის DBC კუთხის ბისექტრისა, ამიტომ ∠DBF = ∠DBC : 2.
- ∠EBF შედგება ორი კუთხისგან: ∠EBF = ∠EBD + ∠DBF,
  ამიტომ ∠EBF = ∠ABD:2 + ∠DBC:2.
- რადგან ∠ABD + ∠DBC = ∠ABC = 84°, მივიღებთ: ∠EBF = 84° : 2 = 42°.

პასუხი: ∠EBF = 42°.

კითხვა მსჯელობისთვის: შეიცვლება თუ არა ∠EBF-ის გრადუსული ზომა, თუ BD სხივს ABC კუთხის შიგნით სხვაგვარად გავავლებთ? ახსენით, რატომ.

11. რადგან AD სხივი BAC კუთხის ბისექტრისაა, აქედან $x + 10° = 2x - 20°$, საიდანაც $x = 30°$.
∠BAD = ∠DAC = 40°.

შეამოწმე შენი ცოდნა

1. რამდენი წრფე გაივლება ორ განსხვავებულ წერტილზე?
ა) ერთი; ბ) ორი; გ) სამი; დ) არც ერთი.

2. გადაკვეთის რამდენი წერტილი შეიძლება ჰქონდეს ორ განსხვავებულ წრფეს?
ა) 1 ან 2; ბ) 0 ან 2; გ) 0 ან 1; დ) 1 ან 2.

3. თუ C წერტილი AB მონაკვეთის შიგა წერტილია, მაშინ რომელი ტოლობა იქნება აუცილებლად ჭეშმარიტი?
ა) AB+AC=BC; ბ) AC+BC=AB; გ) AC–AB=BC; დ) BC+AB=AC.

4. საერთო სათავის მქონე ორი განსხვავებული სხივი სიბრტყეს ყოფს:
ა) 2 ნაწილად; ბ) 3 ნაწილად; გ) 4 ნაწილად; დ) 5 ნაწილად.

5. a წრფეზე მონიშნეს A და B წერტილები. რამდენი სხვადასხვა სხივი მიიღეს?
ა) 2; ბ) 3; გ) 4; დ) 5.

6. გაშლილი კუთხის და მართი კუთხის გრადუსულ ზომათა ჯამია:
ა) 240°; ბ) 270°; გ) 300°; დ) 360°.

7. თუ OC სხივი წარმოადგენს AOB კუთხის ბისექტრისას, მაშინ:

ა) $\angle AOC=\frac{\angle AOB}{2}$; ბ) $\angle AOC=\frac{\angle AOB+\angle BOC}{3}$;

გ) $\angle AOC=\frac{\angle BOC+\angle AOB}{4}$; დ) $\angle AOC=\frac{\angle BOC+\angle AOB}{3}$.

8. 36 სმ სიგრძის AB მონაკვეთი მასზე მდებარე M და N წერტილებით გაყოფილია სამ მონაკვეთად. კიდურა მონაკვეთების შუაწერტილებს შორის მანძილია 30 სმ. რას უდრის MN მონაკვეთის სიგრძე?
ა) 24 სმ; ბ) 25 სმ; გ) 26 სმ; დ) 27 სმ.

9. რამდენ გრადუსიან კუთხეს ადგენენ საათისა და წუთების მაჩვენებელი ისრები 16:30-ზე?
ა) 65°; ბ) 60°; გ) 45°; დ) 40°.

10. წრის ფორმის ტორტი გაჭრეს ოთხი წრფით ნაწილებად. მაქსიმუმ რამდენი ნაჭერი შეიძლებოდა მიგვეღო?
ა) 9; ბ) 11; გ) 13; დ) 15.

6. მოსაზღვრე კუთხეები

გაკვეთილის თემა: მოსაზღვრე კუთხეები;
გაკვეთილის ტიპი: ახალი მასალის გაცნობა;
გაკვეთილის მიზანი: მოსწავლემ უნდა შეძლოს მოსაზღვრე კუთხის განმარტება, მოცემული კუთხის მოსაზღვრე კუთხის დახაზვა და მისი გრადუსული ზომის პოვნა.
აქტივობა: დავალების შემოწმების და შეკითხვების გარჩევის შემდეგ, წინარე ცოდნის გააქტიურების მიზნით, დავსვათ შეკითხვები:

- რა შემთხვევაშია კუთხის გვერდებს შორის გავლებული სხივი ამ კუთხის ბისექტრისას?
- თუ კუთხის ბისექტრისის მიერ ამ კუთხის გვერდებთან შედგენილი კუთხე 45°-ზე ნაკლებია, როგორია აღებული კუთხე? თუ მეტია? თუ ტოლია?

მოვთხოვოთ მოსწავლეებს, გაშლილი კუთხის შიგნით გაავლონ სხივი. დავსვათ კითხვები- როგორ დაახასიათებდით მიღებულ კუთხეებს? რა აქვთ საერთო გაშლილი კუთხის შიგნით მიღებულ კუთხეებს? როგორი სხივებია ამ კუთხეების დანარჩენი ორი გვერდი? ეს კითხვები მიიყვანთ მათ მოსაზღვრე კუთხეების განმარტებამდე.
შეიძლება ვკითხოთ: რა შეიძლება ითქვას ამ ორ კუთხეზე ისეთი, რაც არ იქნება დამოკიდებული კუთხის შიგა წერტილზე, რომელზეც სხივი გავატარეთ – ნებისმიერ შემთხვევაში, მათი ჯამი, გაშლილი კუთხის, ანუ 180°-ის ტოლია. **სად ჩავსვათ:** მოსაზღვრე კუთხეების განმარტებისა და 180°-იანი ჯამის დადგენის შემდეგ.

GeoGebra-ს მოკლე კვლევა: GeoGebra-ში ავაგოთ გაშლილი ∠AOB და მის შიგნით მოძრავი OC სხივი. გამოვაჩინოთ ∠AOC და ∠COB კუთხეების ზომები. OC სხივის გადაადგილებისას მოსწავლეებმა შეავსონ მცირე ცხრილი რამდენიმე შემთხვევისთვის და თითოეულ შემთხვევაში გამოთვალონ ორი კუთხის ჯამი. შემდეგ ჩამოაყალიბონ დაკვირვებით მიღებული დასკვნა.
მეთოდური მიზანი: მოსაზღვრე კუთხეების ჯამის თვისება მოსწავლეს დინამიკური ექსპერიმენტით აღმოაჩენინებს.

პარაგრაფში მოცემულია მოსაზღვრე კუთხეების შესაბამისი სურათები ცხოვრებაში, დაასახელონ სხვა მაგალითები. ვკითხოთ, როდის არის მოსაზღვრე კუთხეები ტოლი, სხვა შემთხვევაში როგორია მათი გრადუსული ზომები.
კლასში, სასურველია, გავარჩიოთ შემდეგი სავარჯიშოები: №№ 2, 4, 5.

ამოხსნები, მითითებები:

2. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ მოსაზღვრე კუთხეების გრადუსული ზომების ჯამი 180°-ია.
- პირობის მიხედვით, ერთი კუთხე მეორეზე 50°-ით მეტია. აღვნიშნოთ მცირე კუთხის გრადუსული ზომა x-ით. მაშინ მეორე კუთხის გრადუსული ზომა იქნება $x + 50°$.
- რადგან კუთხეები მოსაზღვრეა, მათი ჯამი 180°-ს უდრის, ამიტომ მივიღებთ განტოლებას: $x + (x + 50°) = 180°$.
- ვიპოვოთ x: $2x + 50° = 180°$, $2x = 130°$, $x = 65°$.
- მაშასადამე, მეორე კუთხის გრადუსული ზომაა: $65° + 50° = 115°$.

პასუხი: მოსაზღვრე კუთხეების გრადუსული ზომებია 65° და 115°.

კითხვა მსჯელობისთვის: შეიძლება თუ არა მოსაზღვრე კუთხეებიდან ერთი მეორეზე 180°-ით მეტი იყოს? ახსენით, რატომ.

მოსალოდნელი შეცდომა: მოსწავლემ ნებისმიერი ორი კუთხე, რომელთა ჯამიც 180°-ია, მოსაზღვრე კუთხეებად მიიჩნიოს.

მასწავლებლის რეაგირება: შევთავაზოთ ორი წყვილი კუთხე: ერთ შემთხვევაში ისინი ნამდვილად მოსაზღვრეა, მეორე შემთხვევაში კი მხოლოდ მათი ზომების ჯამია 180°. ვთხოვოთ, განმარტებიდან გამომდინარე დაასახელონ, რა დამატებითი პირობაა საჭირო: საერთო წვერო, საერთო გვერდი და დანარჩენი გვერდების დამატებით სხივებად ყოფნა.

მეთოდური მიზანი: გამიჯნავს თვისებასა და განმარტებას — 180°-იანი ჯამი მარტო არ არის საკმარისი მოსაზღვრეობის დასადგენად.

4. 18 სხივი სრულ კუთხეს გაყოფს 18 ტოლ ნაწილად.თითოეული ტოლი იქნება 360°:18=20°.

5. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ გაშლილი კუთხის გრადუსული ზომა 180°-ია, ხოლო მისი ბისექტრისა კუთხეს ორ ტოლ ნაწილად ყოფს.
- პირობის მიხედვით, OK სხივი არის ∠AOB გაშლილი კუთხის ბისექტრისა. ამიტომ ∠AOK = ∠KOB = 180° : 2 = 90°.
- ნახაზის მიხედვით, ∠AOK შედგება ორი ტოლი კუთხისგან, თითოეულის გრადუსული ზომაა y. ამიტომ 2y = 90°, y = 45°.
- ∠KOB შედგება სამი ტოლი კუთხისგან, თითოეულის გრადუსული ზომაა x. ამიტომ 3x = 90°, x = 30°.
- ახლა ვიპოვოთ საძიებელი გამოსახულების მნიშვნელობა:

$$\frac{2x-y}{x-y} = \frac{60°-45°}{30°-45°} = \frac{45°}{-15°} = -1.$$

პასუხი: საძიებელი გამოსახულების მნიშვნელობაა (–1).

კითხვა მსჯელობისთვის: თუ ნახაზზე, AOK კუთხე დაიყოფოდა 3 თანაბარ ნაწილად, ხოლო BOK – 2 თანაბარ ნაწილად, როგორ შეიცვლებოდა გამოსახულების მნიშვნელობა?

6. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- ამოცანის პირობა გვეუბნება, რომ ბილიარდის ბურთის კედლიდან არეკვლისას შემოსული და არეკვლილი სხივები კედელთან ტოლ კუთხეებს ქმნის.
- ნახაზზე m და p სხივები დამატებითი სხივებია და ქმნიან გაშლილ კუთხეს, რომლის ზომაა 180°.
- მოცემულია ∠mk = 137°. რადგან ∠mk შედგება ∠mn და ∠nk კუთხეებისგან, ხოლო არეკვლის გამო ∠mn = ∠kp, შეგვიძლია ჯერ ვიპოვოთ ∠kp: ∠kp = 180° – 137° = 43°.
- არეკვლის თვისების მიხედვით, ∠mn = ∠pk = 43°.
- მაშინ ∠nk = 137° – 43° = 94°.

პასუხი: ∠nk = 94°.

კითხვები მსჯელობისთვის:

- შეიცვლება თუ არა ∠nk კუთხის გრადუსული ზომა, თუ ∠mk-ის გრადუსული ზომა გაიზრდება 10°-ით? ახსენით, რატომ.
- თუ ∠mk = α°, როგორ გამოსახავთ ∠nk კუთხის გრადუსულ ზომას α-ს საშუალებით?
- შეიძლება თუ არა არეკვლილი სხივი დაემთხვეს შემოსულ სხივს? რა შემთხვევაში მოხდება ეს?

7. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ გაშლილი კუთხის გრადუსული ზომა 180°-ია, ხოლო კუთხის ბისექტრისა კუთხეს ორ ტოლ ნაწილად ყოფს.
- პირობის მიხედვით, ∠AOB გაშლილი კუთხეა, ამიტომ ∠AOB = 180°.
- OC სხივი ∠AOB კუთხეს ყოფს ორ კუთხედ: ∠AOC და ∠COB.
  ამიტომ ∠AOC + ∠COB = 180°.
- OM სხივი არის ∠AOC კუთხის ბისექტრისა, ამიტომ ∠MOC = ∠AOC : 2. ON სხივი არის ∠COB კუთხის ბისექტრისა, ამიტომ ∠CON = ∠COB : 2.
- ∠MON შედგება ∠MOC და ∠CON კუთხეებისგან.
  ამიტომ ∠MON = ∠AOC : 2 + ∠COB : 2 = (∠AOC + ∠COB) : 2= 180° : 2= 90°.

ხაზი გავუსვათ, რომ მოსაზღვრე კუთხეების ბისექტრისებს შორის კუთხე 90°-ია.

კითხვა მსჯელობისთვის: შეიცვლება თუ არა MON კუთხის ზომა, თუ OC სხივი AOB გაშლილი კუთხის შიგნით სხვა მდებარეობას დაიკავებს? ახსენით, რატომ.

7. ვერტიკალური კუთხეები

გაკვეთილის თემა: ვერტიკალური კუთხეები;

გაკვეთილის ტიპი: ახალი მასალის ახსნა;

გაკვეთილის მიზანი: მოსწავლემ უნდა შეძლოს ვერტიკალური კუთხეების განმარტება; მოცემული კუთხის ვერტიკალური კუთხის აგება და მისი მნიშვნელობის დასახელება; განსაზღვრა, თუ რისი ტოლია მოცემული კუთხის მოსაზღვრე კუთხის ვერტიკალური კუთხე.

აქტივობა: დავალების შემოწმების და შეკითხვების გარჩევის შემდეგ, წინარე ცოდნის გააქტიურების მიზნით, დავსვათ შეკითხვები:

- შეიძლება თუ არა მოსაზღვრე კუთხეებიდან თითოეული იყოს მახვილი? ბლაგვი? (ახსენით, რატომ?)
- როგორია, ბლაგვი კუთხის მოსაზღვრე კუთხე? მახვილის? მართის?

დაფაზე გავარჩიოთ პარაგრაფის დასაწყისში დასმული ამოცანა- დავახაზინოთ მოსწავლეს ორი გადამკვეთი წრფე, მონიშნოს რომელიმე არაგაშლილი კუთხე და ვთხოვოთ დაშტრიხოს ამ კუთხის მოსაზღვრე კუთხე. მოსწავლეები თვითონ მივლენ იმ დასკვნამდე, რომ ეს კუთხეები ტოლია. შემოვიტანოთ ვერტიკალური კუთხეების განმარტება და მოსწავლეები თავად ჩამოაყალიბებენ ამ კუთხეების თვისებას. ვერტიკალური კუთხეების დემონსტრირებისთვის კარგი მაგალითია მაკრატელი, როგორც არ უნდა გავშალოთ, მკაფიოდ ხედავენ ვერტიკალური კუთხეების ტოლობას.

პრაქტიკული/GeoGebra აქტივობა: ორი გადამკვეთი წრფის მოდელი ავაგოთ GeoGebra-ში ან ორი მოძრავი ზოლის საშუალებით. ერთ-ერთი წრფის მდებარეობა შევცვალოთ და ყოველ ჯერზე გავზომოთ ოთხივე კუთხე. მოსწავლეებმა დააფიქსირონ, რომ მოპირდაპირე წყვილები ტოლი რჩება, ხოლო მეზობელი კუთხეების ჯამი 180°-ია.

მეთოდური მიზანი: ერთი მოდელით ერთდროულად ამყარებს ვერტიკალური და მოსაზღვრე კუთხეების განსხვავებას.

სასურველია, კლასში გაირჩეს შემდეგი სავარჯიშოები: №№ 2, 4, 6, 9.
დანარჩენი მივცეთ საშინაო დავალებად.

ამოხსნები, მითითებები:

3. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ ორი წრფის გადაკვეთისას მიღებული ვერტიკალური კუთხეები ტოლია, ხოლო მოსაზღვრე კუთხეების ჯამი 180°-ს უდრის.
- ნახაზზე $\angle 2$ და $\angle 4$ ვერტიკალური კუთხეებია. ამიტომ $\angle 2 = \angle 4$.
- პირობის მიხედვით, $\angle 4 = 109°$. მაშასადამე, $\angle 2 = 109°$.
- $\angle 1$ და $\angle 4$ მოსაზღვრე კუთხეებია, ამიტომ $\angle 1 + \angle 4 = 180°$. აქედან $\angle 1 = 180° - 109° = 71°$.
- $\angle 3$ და $\angle 1$ ვერტიკალური კუთხეებია. ამიტომ $\angle 3 = \angle 1 = 71°$.

პასუხი: $\angle 1 = 71°$; $\angle 2 = 109°$; $\angle 3 = 71°$.

კითხვა მსჯელობისთვის: როგორ შეიცვლებოდა $\angle 1$, $\angle 2$ და $\angle 3$ კუთხეების ზომები, თუ $\angle 4$-ის ზომა 71° იქნებოდა?

4. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ ერთი წერტილის გავლით შეიძლება მრავალი წრფის გავლება. ორი წრფის გადაკვეთისას მიღებული ვერტიკალური კუთხეები ტოლია, ხოლო მოსაზღვრე კუთხეების ჯამი 180°-ს უდრის.
- ნახაზზე სამი წრფე ერთ წერტილში იკვეთება. განვიხილოთ $\angle 1$, $\angle 2$ და $\angle 3$.
- ჰორიზონტალური (შავი) წრფის ზედა ნახევარსიბრტყეში მდებარე კუთხეებია $\angle 2$, $\angle 1$ და მათ შორის მოქცეული კიდევ ერთი კუთხე. ეს სამი კუთხე ერთად ქმნის გაშლილ კუთხეს, ამიტომ მათი ჯამი 180°-ია.
- $\angle 1$ და $\angle 2$-ს შორის მოქცეული კუთხე ვერტიკალურია $\angle 3$-ის მიმართ, ამიტომ მისი გრადუსული ზომა $\angle 3$-ის ტოლია.
- ამიტომ მივიღებთ: $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180°$.

პასუხი: $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180°$.

კითხვები მსჯელობისთვის:
ა) რომელი კუთხეებია ნახაზზე ვერტიკალური და რომლები — მოსაზღვრე? ახსენით თქვენი პასუხი.
ბ) რატომ არ არის საჭირო რომელიმე კუთხის გრადუსული ზომის ცოდნა იმის დასასაბუთებლად, რომ $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180°$? **სად ჩავსვათ:** №3–4 ამოცანების შემდეგ.

მოსალოდნელი შეცდომა: მოსწავლემ ვერტიკალურ კუთხეებად მიიჩნიოს ნებისმიერი ორი „ერთმანეთის მოპირდაპირედ“ დახატული კუთხე, მათ შორის მაშინაც, როცა მათი გვერდები ორ სრულ გადამკვეთ წრფეს არ ქმნის.

მასწავლებლის რეაგირება: ვთხოვოთ მოსწავლეს ვერტიკალური კუთხეების დასახელებამდე ჯერ დაასახელოს ორი წრფე, რომელთა გადაკვეთითაც კუთხეები წარმოიქმნა, და შეამოწმოს, არის თუ არა ერთი კუთხის გვერდები მეორე კუთხის გვერდების დამატებითი სხივები.
მეთოდური მიზანი: აძლიერებს განსაზღვრებაზე დაფუძნებულ ამოცნობას და არა მხოლოდ ვიზუალურ შაბლონს.

6. MOD დაCON კუთხეები ტოლია, როგორც ვერტიკალური კუთხეები. COB კუთხე AOC კუთხის მოსაზღვრეა და $180° - 20° = 160°$-ის ტოლია. ე.ი.$MOD = 160° : 2 = 80°$;

9. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ ორი წრფის გადაკვეთისას ვერტიკალური კუთხეები ტოლია, ხოლო მოსაზღვრე კუთხეების ჯამი 180°-ია.
- ნახაზის მიხედვით: $\angle 1 = \angle 3$, $\angle 2 = \angle 4$, $\angle 1 + \angle 2 = 180°$.
  ა) მოცემულია $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 250°$. რადგან $\angle 1 + \angle 2 = 180°$, მივიღებთ:
  $180° + \angle 3 = 250°$, $\angle 3 = 70°$. რადგან $\angle 1 = \angle 3$, ამიტომ $\angle 1 = 70°$.
  მაშინ $\angle 2 = 180° - 70° = 110°$. რადგან $\angle 4 = \angle 2$, ამიტომ $\angle 4 = 110°$.
  ბ) მოცემულია $\angle 2 - \angle 3 = 38°$. რადგან $\angle 2$ და $\angle 3$ მოსაზღვრე კუთხეებია,
  $\angle 2 + \angle 3 = 180°$. მივიღებთ ორ ტოლობას: $\angle 2 - \angle 3 = 38°$ და $\angle 2 + \angle 3 = 180°$. თუ ამ ორ ტოლობას „შევკრებთ“, მივიღებთ, რომ $2 \cdot \angle 2 = 218°$. ე.ი. $\angle 2 = 109°$.
  მაშინ $\angle 3 = 180° - 109° = 71°$. რადგან $\angle 1 = \angle 3$ და $\angle 4 = \angle 2$, მივიღებთ:
  $\angle 1 = 71°$, $\angle 2 = 109°$, $\angle 3 = 71°$, $\angle 4 = 109°$.
  გ) მოცემულია $4 \cdot (\angle 1 + \angle 3) = \angle 2 + \angle 4$. რადგან $\angle 1 = \angle 3$ და $\angle 2 = \angle 4$, მივიღებთ: $4 \cdot 2 \cdot \angle 1 = 2 \cdot \angle 2$. ე.ი. $8 \cdot \angle 1 = 2 \cdot \angle 2$, საიდანაც $\angle 2 = 4 \cdot \angle 1$. ამასთანავე $\angle 1$ და $\angle 2$ მოსაზღვრე კუთხეებია, ამიტომ $\angle 1 + \angle 2 = 180°$.
  ამ უკანასკნელ ტოლობაში ჩავსვათ $\angle 2 = 4 \cdot \angle 1$ და მივიღებთ, რომ $\angle 1 + 4 \cdot \angle 1 = 180°$. ე.ი. $5 \cdot \angle 1 = 180°$ და $\angle 1 = 36°$. მაშინ $\angle 2 = 4 \cdot 36° = 144°$.
  რადგან $\angle 1 = \angle 3$ და $\angle 2 = \angle 4$, მივიღებთ: $\angle 1 = 36°$, $\angle 2 = 144°$, $\angle 3 = 36°$, $\angle 4 = 144°$.
  პასუხი:
  ა) $\angle 1 = 70°$, $\angle 2 = 110°$, $\angle 3 = 70°$, $\angle 4 = 110°$;
  ბ) $\angle 1 = 71°$, $\angle 2 = 109°$, $\angle 3 = 71°$, $\angle 4 = 109°$;
  გ) $\angle 1 = 36°$, $\angle 2 = 144°$, $\angle 3 = 36°$, $\angle 4 = 144°$.

კითხვა მსჯელობისთვის: რატომ არის საკმარისი მხოლოდ ერთი კუთხის გრადუსული ზომის პოვნა იმისათვის, რომ ოთხივე კუთხის ზომა დავადგინოთ?

10. ა) შეუძლებელია;

ბ) შეუძლებელია;

გ) შეუძლებელია;

დ) შესაძლებელია.

ახსენით, რატომ.

8. კუთხე ორ წრფეს შორის

გაკვეთილის თემა: კუთხე ორ წრფეს შორის;

გაკვეთილის ტიპი: ახალი მასალის ახსნა;

გაკვეთილის მიზანი: მოსწავლემ უნდა შეძლოს ორ წრფეს შორის კუთხის განსაზღვრა, მართკუთხა სახაზავის დახმარებით წრფის გარეთ მდებარე წერტილიდან ამ წრფეზე მართობის დაშვება და წრფეზე მდებარე წერტილიდან ამ წრფის მიმართ მართობის აღმართვა.

აქტივობა: დავალების შემოწმების და შეკითხვების გარჩევის შემდეგ, წინარე ცოდნის გააქტიურების მიზნით, დავსვათ შეკითხვები:

- როგორია ვერტიკალური კუთხეების გვერდები?
- ჩამოაყალიბეთ ვერტიკალური კუთხეების თვისება.

მოსწავლეებს განვამარტინოთ ორ სხივს შორის კუთხე, ჩამოთვალონ ყველა ტიპის კუთხე – 0°-იანი, მახვილი, მართი, ბლაგვი, გაშლილი. გავახსენოთ როგორ მიიღება ვერტიკალური კუთხეები. დახაზონ დაფაზე გადამკვეთი წრფეები და გამოთქვან საკუთარი აზრი, რომელ კუთხეს ჩათვლიან ამ ორ წრფეს შორის კუთხედ.

განვმარტოთ კუთხე ორ წრფეს შორის.

კითხვები: შეიძლება თუ არა ორ წრფეს შორის კუთხე იყოს 0°, 90°, 120°? **სად ჩავსვათ:** ორ წრფეს შორის კუთხის განმარტების შემდეგ, სავარჯიშოებამდე.

GeoGebra-ს მოკლე კვლევა: GeoGebra-ში ავაგოთ ორი გადამკვეთი წრფე და გამოვაჩინოთ ოთხივე წარმოქმნილი კუთხის ზომა. ერთი წრფე მოვაბრუნოთ. მოსწავლეებმა დააკვირდნენ, რომ ორი განსხვავებული ზომა მიიღება, მათი ჯამი 180°-ია, ხოლო ორ წრფეს შორის კუთხედ ყოველთვის უმცირესი კუთხე აირჩევა. განსაკუთრებულად განვიხილოთ 90°-იანი შემთხვევა.

მეთოდური მიზანი: დინამიკურად ამყარებს იმას, რატომ არ შეიძლება ორ წრფეს შორის კუთხე 90°-ზე მეტი იყოს.

გავარჩიოთ პარაგრაფში გარჩეული ამოცანა, შევეცადოთ დამტკიცება დამოუკიდებლად ჩაატარონ, ხაზი გავუსვათ, რომ ამოცანის დასკვნა საკმაოდ მნიშვნელოვანი ფაქტია.

სასურველია, კლასში გავარჩიოთ შემდეგი სავარჯიშოები: №№ 2, 5, 7, 8.

დანარჩენი მივცეთ სახლში სამუშაოდ.

ამოხსნები, მითითებები:

3. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ ორი გადამკვეთი წრფე ოთხ კუთხეს ქმნის (გაშლილი კუთხეების გარდა), რომელთაგან ან ოთხივე მართია, ან ორის გრადუსული ზომა მახვილია, ხოლო ორი — ბლაგვი. ორ წრფეს შორის კუთხედ მიიჩნევა მათ მიერ წარმოქმნილი უმცირესი კუთხე, რომლის გრადუსული ზომა არ აღემატება 90°-ს.
- განვიხილოთ მოცემული კუთხეები:

  ა) 20° — მახვილი კუთხეა, ამიტომ შეიძლება იყოს ორ წრფეს შორის კუთხე.

  ბ) 100° — ბლაგვი კუთხეა. ამ შემთხვევაში ორ წრფეს შორის კუთხედ მიიჩნევა მისი მოსაზღვრე მახვილი კუთხე (80°), ამიტომ 100° არ შეიძლება ჩაითვალოს ორ წრფეს შორის კუთხედ.

  გ) 90° — მართი კუთხეა, ამიტომ შეიძლება იყოს ორ წრფეს შორის კუთხე.

  დ)135° — ბლაგვი კუთხეა. ორ წრფეს შორის კუთხედ ამ შემთხვევაში მიიჩნევა 45°-იანი კუთხე, ამიტომ 135° არ შეიძლება ჩაითვალოს ორ წრფეს შორის კუთხედ.

- მაშასადამე, მოცემულთაგან ორ წრფეს შორის კუთხედ შეიძლება მივიჩნიოთ მხოლოდ $20°$ და $90°$.

კითხვა მსჯელობისთვის: რატომ არ შეიძლება ორ წრფეს შორის კუთხედ ჩაითვალოს $120°$-იანი კუთხე? რა იქნება ასეთ წრფეებს შორის კუთხის გრადუსული ზომა?

6. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ მართობული წრფეები გადაკვეთისას ქმნის მართ კუთხეს, რომლის გრადუსული ზომაა $90°$.
- პირობის მიხედვით, OM და ON მართობული წრფეებია, ამიტომ $\angle MON = 90°$.
- OC სხივი გადის $\angle MON$ კუთხის გვერდებს შორის, ხოლო OK სხივი — $\angle CON$ კუთხის გვერდებს შორის. ამიტომ მიღებული სამი (არაგადამკვეთი) კუთხე ერთად ქმნის $\angle MON$ კუთხეს: $\angle MOC + \angle COK + \angle KON = 90°$.
- პირობის მიხედვით, ამ სამი კუთხიდან ერთ-ერთი დანარჩენი ორის სხვაობის ტოლია. ეს ნიშნავს, რომ ამ სამი კუთხიდან უდიდესი დანარჩენი ორი კუთხის ჯამის ტოლია.
- თუ უდიდესი კუთხის გრადუსულ ზომა აღვნიშნავთ x-ით, მაშინ დანარჩენი ორი კუთხის გრადუსულ ზომათა ჯამიც იქნება x. ამიტომ სამივე კუთხის ჯამი იქნება: $x + x = 90°$. აქედან $2x = 90°$, $x = 45°$.

პასუხი: ამ სამი კუთხიდან უდიდესი არის $45°$.

კითხვა მსჯელობისთვის: შეიცვლება თუ არა პასუხი, თუ OM და ON წრფეები $120°$-იან კუთხეს შექმნიდნენ?

7. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ კუთხის ბისექტრისა კუთხეს ორ ტოლ ნაწილად ყოფს.
- აღვნიშნოთ საძიებელი კუთხის გრადუსული ზომა x-ით. მაშინ მისი ბისექტრისით მიღებული თითოეული კუთხე იქნება $x : 2$.
- პირობის მიხედვით, ბისექტრისა კუთხის გვერდის გაგრძელებასთან ადგენს $130°$-იან კუთხეს. ეს კუთხე და ბისექტრისით მიღებული კუთხის ნახევარი მოსაზღვრე კუთხეებია, ამიტომ მათი ჯამი $180°$-ია. მივიღებთ: $x : 2 + 130° = 180°$.
- ზემოაღნიშნული განტოლებიდან გამომდინარეობს, რომ $x : 2 = 50°$ და $x = 100°$.

  პასუხი: საძიებელი კუთხე არის $100°$.

  კითხვა მსჯელობისთვის: როგორ შეიცვლებოდა პასუხი, თუ ბისექტრისა კუთხის გვერდის გაგრძელებასთან $120°$-იან კუთხეს შეადგენდა?

8. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ ორი წრფის გადაკვეთისას მიღებული ვერტიკალური კუთხეები ტოლია, ხოლო მოსაზღვრე კუთხეების ჯამი $180°$-ს უდრის.
- ნახაზზე კუთხეები $5x + 46°$ და $3x - 10°$ მოსაზღვრე კუთხეებია, ამიტომ $(5x + 46°) + (3x - 10°) = 180°$.
- ამოვხსნათ განტოლება: $8x + 36° = 180°$, $8x = 144°$, $x = 18°$.
- ვიპოვოთ მოცემული კუთხეების გრადუსული ზომები: $5x + 46° = 5 \cdot 18° + 46° = 136°$, $3x - 10° = 3 \cdot 18° - 10° = 44°$.
- ორ წრფეს შორის კუთხედ მიიჩნევა მათ მიერ წარმოქმნილი უმცირესი კუთხე. ამიტომ a და b წრფეებს შორის კუთხის გრადუსული ზომაა $44°$.

  პასუხი: $44°$.

  კითხვა მსჯელობისთვის: რატომ არ მივიჩნევთ ორ წრფეს შორის კუთხედ $136°$-იან კუთხეს, მიუხედავად იმისა, რომ ისიც ამავე წრფეებით არის წარმოქმნილი?

მოსალოდნელი შეცდომა: მოსწავლემ ორ წრფეს შორის კუთხედ აირჩიოს ნახაზზე თვალსაჩინოდ მონიშნული ბლაგვი კუთხე.

მასწავლებლის რეაგირება: ყოველთვის ვთხოვოთ, ჯერ ჩამოწეროს გადაკვეთისას მიღებული ორი განსხვავებული გრადუსული ზომა და მხოლოდ ამის შემდეგ აირჩიოს მათგან უმცირესი. თუ წრფეები მართობულია, ორივე შესაძლო ზომა 90°-ია.

მეთოდური მიზანი: პირდაპირ პასუხობს ამ თემაში ყველაზე მოსალოდნელ კონცეპტუალურ შეცდომას.

9. წრფეთა პარალელობის ნიშნები

გაკვეთილის თემა: წრფეთა პარალელობის ნიშნები;

გაკვეთილის ტიპი: ახალი მასალის ახსნა;

გაკვეთილის მიზანი: მოსწავლემ უნდა შეძლოს, ორი წრფის მესამეთი გადაკვეთისას მიღებული კუთხეების დასახელება, ამ კუთხეების მიხედვით წრფეთა პარალელობის დადგენა.

აქტივობა: დავალების შემოწმების და შეკითხვების გარჩევის შემდეგ, წინარე ცოდნის გააქტიურების მიზნით, დავსვათ შეკითხვები:

- რომელ კუთხეს ეწოდება კუთხე ორ წრფეს შორის კუთხე?
- როგორ წრფეებს შორის კუთხეა ტოლი 0°-ის? 90°-ის?

გავამახვილოთ ყურადღება ორ წრფეს შორის კუთხეზე, წრფეთა პარალელობაზე, მართობულობაზე. დაფაზე დავხაზოთ ორი წრფე, გადავკვეთოთ მესამეთი. გადავნომროთ მიღებული 8 კუთხე და მივაწოდოთ მოსწავლეებს მათი სახელები. წრფეთა პარალელობის პირველი ნიშნის დამტკიცებამდე, გავახსენოთ პარალელობის აქსიომა.

მოსალოდნელი შეცდომა: მოსწავლეები ერთმანეთში ურევენ შესაბამის, შიგა ჯვარედინ და შიგა ცალმხრივ კუთხეებს ან სწორად ასახელებენ კუთხეებს, მაგრამ ვერ არჩევენ, რომელი დამოკიდებულება ამტკიცებს პარალელობას.

მასწავლებლის რეაგირება: ერთი ფიქსირებული ნახაზის ნაცვლად გამოვიყენოთ სხვადასხვა მიმართულებით დახრილი მკვეთები. ყოველი წყვილის დასახელებისას მოსწავლემ ჯერ თქვას, სად მდებარეობს კუთხეები ორი წრფის მიმართ (შიგნით/გარეთ), შემდეგ — მკვეთის მიმართ (ერთ მხარეს/სხვადასხვა მხარეს). მხოლოდ ამის შემდეგ გამოიყენოს შესაბამისი პარალელობის ნიშანი.

მეთოდური მიზანი: ამცირებს ტერმინების მექანიკურ დამახსოვრებას და აყალიბებს კუთხეთა წყვილების ამოცნობის სტრატეგიას.

მოსწავლეებს უნდა ავუხსნათ, რას ნიშნავს რაიმე ფაქტის დამადასტურებელი ნიშანი.

ჩავატაროთ მეორე ნიშნის დამტკიცება, დამტკიცებამდე შევახსენოთ ის, რომ ორი ფიგურის ტოლობა, შეიძლება ვაჩვენოთ ამ ორი ფიგურის ერთმანეთთან შეთავსებით.

ა) შემთხვევის დამტკიცების შემდეგ, მოსწავლეებს ვთხოვოთ თავად დაამტკიცონ ბ) და გ) შემთხვევები.

თემა გავთვალოთ ორ საათზე, ამიტომ პირველ დღეს შევეცადოთ მოსწავლეებმა კარგად გაითავისონ ახსნილი მასალა, კუთხეების სახელები. სახლში დამოუკიდებლად ჩაატარონ კლასში ჩატარებული დამტკიცებები, საშინაო დავალებად საკმარისია ყველაფერი ამის გამეორება-დასწავლა და მხოლოდ პირველი სავარჯიშო. **სად ჩავსვათ:** პირველი გაკვეთილის ბოლოს ან მეორე გაკვეთილის დასაწყისში.

GeoGebra-ს კვლევა: GeoGebra-ში ავაგოთ ორი ჯერ არაპარალელური წრფე და მათი მკვეთი. გავზომოთ შესაბამისი კუთხეების ერთი წყვილი. შემდეგ ერთ-ერთი წრფე ისე გადავაადგილოთ, რომ ეს ორი კუთხე ტოლი გახდეს. მოსწავლეებმა დააკვირდნენ, რა დაემართა წრფეებს. იგივე ექსპერიმენტი გავიმეოროთ შიგა ჯვარედინი კუთხეებისა და შიგა ცალმხრივი კუთხეებისათვის.

მეთოდური მიზანი: პარალელობის ნიშნებს წარმოაჩენს როგორც დასკვნის გამოსატან კრიტერიუმებს და არა მხოლოდ დასამახსოვრებელ ფორმულირებებს.

მეორე გაკვეთილზე, ახსნილი მასალის გამოკითხვის, პარაგრაფში მოცემული კითხვების და მსგავსი შეკითხვების დასმის, დავალების ამოცანის გარჩევის შემდეგ კლასში ამოვახსნევინოთ №№4-7 და №10 ამოცანები. დანარჩენები საშინაო დავალებად.

ამოხსნები, მითითებები:

2. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ თუ ორი წრფე მესამეთი არის გადაკვეთილი, ეს ორი წრფე პარალელურია მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა შესაბამისი კუთხეები ტოლია ან ცალმხრივი შიგა კუთხეების ჯამი 180°-ს უდრის ან შიგა ჯვარედინად მდებარე კუთხეებია ტოლი.
- ნახაზზე ∠BMN და ∠CNM შიგა ჯვარედინად მდებარე კუთხეებია.
- იმისათვის, რომ AB და CD წრფეები პარალელური იყოს, უნდა სრულდებოდეს ტოლობა: ∠BMN = ∠CNM = 123°.

პასუხი: ∠CNM უნდა უდრიდეს 123°-ს.

კითხვა მსჯელობისთვის: კიდევ, რომელი კუთხის ტოლობა ∠BMN კუთხესთან იქნებოდა საკმარისი იმის დასასაბუთებლად, რომ AB და CD წრფეები პარალელურია?

8. a და b წრფეები პარალელურია იმიტომ, რომ მათ c წრფეკვეტს და შესაბამისი კუთხეები ტოლია და ორივე 90°-ია.

9. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ თუ ორი წრფის მესამეთი გადაკვეთისას მიღებული შიგა ცალმხრივი კუთხეების ჯამი 180°-ია, მაშინ ეს ორი წრფე პარალელურია.
- პირობის მიხედვით, შიგა ცალმხრივი კუთხეების შეფარდებაა 4:5. აღვნიშნოთ მათი გრადუსული ზომები შესაბამისად 4x-ით და 5x-ით.
- მათი სხვაობა 20°-ია, ამიტომ მივიღებთ განტოლებას: $5x - 4x = 20°$, აქედან $x = 20°$.
- მაშასადამე, მოცემული კუთხეების გრადუსული ზომებია: $4x = 80°$, $5x = 100°$.
- შევამოწმოთ მათი ჯამი: $80° + 100° = 180°$.

რადგან შიგა ცალმხრივი კუთხეების ჯამი 180°-ია, დავასკვნით, რომ მოცემული ორი წრფე პარალელურია.

პასუხი: დიახ, ეს ორი წრფე პარალელურია.

კითხვა მსჯელობისთვის: შეიცვლებოდა თუ არა პასუხი, თუ შიგა ცალმხრივი კუთხეების შეფარდება ისევ 4:5 იქნებოდა, მაგრამ მათი სხვაობა 18° იქნებოდა? ახსენით, რატომ.

10. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ თუ ორი წრფის მესამეთი გადაკვეთისას შესაბამისი

კუთხეები ტოლია, მაშინ ეს წრფეები პარალელურია.

- პირობის მიხედვით, ∠1 = ∠2. ეს კუთხეები შიგა ჯვარედინი კუთხეებია, ამიტომ ჰორიზონტალურად მდებარე წრფეები პარალელურია.
- ახლა განვიხილოთ მარჯვენა მკვეთი. რადგან ჰორიზონტალური წრფეები პარალელურია, ∠3 და ∠4 შიგა ცალმხრივ მდებარე კუთხეებია.
- მოცემულია ∠3 = 120°. შესაბამისად, ∠4 = 180° – ∠3 = 60°.

პასუხი: ∠4 = 60°.

კითხვა მსჯელობისთვის: კიდევ რომელი კუთხე იქნება ∠3-ის ტოლი? დაასაბუთეთ პასუხი.

10. პარალელურ წრფეთა თვისებები

გაკვეთილის თემა: პარალელურ წრფეთა თვისებები;

გაკვეთილის ტიპი: ახალი მასალა;

გაკვეთილის მიზანი: მოსწავლემ უნდა შეძლოს პარალელური წრფეთა თვისებების ჩამოყალიბება, ხედავდეს განსხვავებას ნიშნებსა და თვისებებს შორის, მოცემული კუთხის პარალელურგვერდებიანი კუთხის განსაზღვრა.

აქტივობა: დავალების შემოწმების და შეკითხვების გარჩევის შემდეგ, წინარე ცოდნის გააქტიურების მიზნით, დავსვათ შეკითხვები:

- როგორ წრფეებს ეწოდება პარალელური წრფეები?
- როგორ შეიძლება დავადგინოთ ორი წრფის პარალელობა?
- წრფის გარეთ მდებარე წერტილზე, ამავე სიბრტყეში, ამ წრფის მიმართ, რამდენი პარალელური წრფე გატარდება?

იმედია, მოსწავლეებმა კარგად გაიგეს წრფეთა პარალელობის ნიშნები. დავახაზინოთ დაფაზე ორი პარალელური წრფე და შეკითხვების დახმარებით დავამტკიცებინოთ თეორემა. პარაგრაფში განხილული ამოცანის ამოხსნაც მოსწავლეებს ჩავატარებინოთ დაფაზე, თან ხაზი გავუსვათ, რომ ამოცანის შედეგი ერთერთი მნიშვნელოვანი ფაქტია და საჭიროა მისი დამახსოვრება.

მეთოდური აქცენტი: „ნიშანი“ და „თვისება“

მოსწავლეებს შევთავაზოთ ორი წინადადება:

1) „თუ წრფეები პარალელურია, მაშინ შესაბამისი კუთხეები ტოლია.“

2) „თუ შესაბამისი კუთხეები ტოლია, მაშინ წრფეები პარალელურია.“

ვთხოვოთ განსაზღვრონ, რომელ წინადადებაში ვიცით პარალელობა და ვასკვნით კუთხეების შესახებ, ხოლო რომელში ვიცით კუთხეების შესახებ და ვასკვნით პარალელობას. ამ გზით მკაფიოდ გავმიჯნოთ პარალელურ წრფეთა თვისება და პარალელობის ნიშანი.

მეთოდური მიზანი: ექსპერტის რეკომენდაციისთვის მნიშვნელოვანი მეთოდური მხარდაჭერაა: მოსწავლე ხშირად ერთმანეთში ურევს თეორემის პირდაპირ და შებრუნებულ მიმართულებებს.

მივცეთ დრო, ამოხსნან წყვილებისთვის განკუთვნილი ამოცანები და გაარჩიონ დაფასთან, დავსვათ პარაგრაფში დასმული შეკითხვები. არსებითია, რომ მოსწავლეები შეეჩვიონ ნახაზების საშუალებით ამოცანების პირობების ჩამოყალიბებას, ამისათვის პარაგრაფის

ბოლოს მოცემულია ორი ნახაზი- ნიშნები და თვისებები.

ამოხსნები, მითითებები:

1. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ ორი პარალელური წრფის მესამეთი გადაკვეთისას:
  - ვერტიკალური კუთხეები ტოლია;
  - შესაბამისი კუთხეები ტოლია;
  - შიგა ჯვარედინი კუთხეები ტოლია;
  - მოსაზღვრე კუთხეების გრადუსული ზომების ჯამი 180°-ია.
- პირობის მიხედვით, მიღებული კუთხეებიდან ერთ-ერთის გრადუსული ზომაა 78°. ვერტიკალური, შესაბამისი და ჯვარედინი შიგა კუთხეების თვისებების მიხედვით, კიდევ სამი კუთხეც 78°-ის ტოლი იქნება.

თითოეული 78°-იანი კუთხის მოსაზღვრე კუთხის გრადუსული ზომაა: 180° – 78° = 102°. ამიტომ დარჩენილი ოთხი კუთხე 102°-ის ტოლია. **პასუხი:** მიღებული კუთხეებიდან ოთხის გრადუსული ზომაა 78°, ოთხის — 102°. ასევე მივაქციოთ ყურადღება რომ ნახაზზე მიიღება 180°-ის ტოლი ზომის კუთხეები.

კითხვა მსჯელობისთვის: შეიძლება თუ არა ორი პარალელური წრფის მესამეთი გადაკვეთისას მიღებული კუთხეებიდან რვა ცალი ერთმანეთის ტოლი იყოს? თუ შესაძლებელია, მიუთითეთ რა შემთხვევაში.

მოსალოდნელი შეცდომა: ერთი 78°-იანი კუთხის მოცემისას მოსწავლემ ყველა დანარჩენი კუთხეც 78°-ად ჩათვალოს.

მასწავლებლის რეაგირება: ვთხოვოთ ჯერ იპოვოს მხოლოდ ვერტიკალური კუთხე, შემდეგ შესაბამისი/შიგა ჯვარედინი კუთხეები და ბოლოს მათი მოსაზღვრეები. სასურველია, ორი განსხვავებული ნიშნით აღვნიშნოთ ტოლი კუთხეების ორი ჯგუფი: x და 180°−x. ამით მოსწავლე დაინახავს, რომ ზოგად შემთხვევაში რვა კუთხე ორ ოთხეულად იყოფა.

მეთოდური მიზანი: სისტემატიზაციას უკეთებს პარალელურ წრფეებთან მიღებულ რვა კუთხეს.

3. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ ორი პარალელური წრფის მესამეთი გადაკვეთისას მიღებული, 180°-ზე ნაკლები ზომის კუთხეთა გრადუსული ზომებია x და 180°−x;
- პირობის მიხედვით, ორი კუთხის ჯამი 70°-ია. რადგან ეს ჯამი 180°-ზე ნაკლებია, ეს ორი კუთხე ვერ იქნება მოსაზღვრე. მაშასადამე, ისინი ტოლი კუთხეებია.
- აღვნიშნოთ თითოეული მათგანის გრადუსული ზომა x-ით. მაშინ x+x=70°, აქედან 2x=70°, x=35°.
- მაშასადამე, საძიებელი ორი კუთხის გრადუსული ზომებია 35° და 35°.

პასუხი: 35° და 35°.

კითხვა მსჯელობისთვის: შეიძლება თუ არა ორი პარალელური წრფის მესამეთი გადაკვეთისას მიღებული ორი კუთხის ჯამი იყოს 80°? თუ შესაძლებელია, იპოვეთ ეს კუთხეები.

5. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ ორი პარალელური წრფის მესამეთი გადაკვეთისას მიღებული 180°-ზე ნაკლები გრადუსული ზომის კუთხეებიდან, თუ ერთის გრადუსული ზომა x-ია, მაშინ მეორე იქნება (180°−x).

- პირობის მიხედვით, ამ ორი კუთხის სხვაობა 100°-ია. ამიტომ მივიღებთ განტოლებას: $(180° - x) - x = 100°$.
- ამოვხსნათ განტოლება: $180° - 2x = 100°$, $2x = 80°$, $x = 40°$.
- მაშასადამე, მეორე კუთხის გრადუსული ზომაა $180° - 40° = 140°$.

პასუხი: მიღებული კუთხეების გრადუსული ზომებია **40°** და **140°**.

კითხვა მსჯელობისთვის: თუ ორი პარალელური წრფის მესამეთი გადაკვეთისას მიღებული 180°-ზე ნაკლები გრადუსული ზომის კუთხეების სხვაობა α-ს ტოლია, როგორ გამოსახავთ ამ კუთხეების გრადუსულ ზომებს α-ს საშუალებით?

6. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ თუ ორი პარალელური წრფე მესამეთი არის გადაკვეთილი, მაშინ ჯვარედინი შიგა ჯვარედინი კუთხეები ტოლია, ხოლო შიგა ცალმხრივ მდებარე კუთხეთა გრადუსული ზომების ჯამია .
- პირობის მიხედვით, a და b წრფეები პარალელურია, ხოლო c არის მათი მკვეთი. ნახაზზე $(5x+5°)$ და $(3x - 1°)$ სიდიდეებით აღნიშნული კუთხეები შიგა ცალმხრივ მდებარე კუთხეებია. ამიტომ
- ამოვხსნათ განტოლება: $8x + 4° = 180°$, $8x = 176°$, $x = 176° : 8 = 22°$.
- შევამოწმოთ მიღებული შედეგი, ანუ გადავამოწმოთ $(5 \cdot 22° + 5°) + (3 \cdot 22° - 1°) = 180°$ ტოლობის ჭეშმარიტება.

პასუხი: $x = 22°$.

კითხვა მსჯელობისთვის: შეიცვლებოდა თუ არა x-ის მნიშვნელობა, თუ ნახაზზე აღნიშნული კუთხეები შიგა ცალმხრივის ნაცვლად იქნებოდა მოსაზღვრე? შიგა ჯვარედინი? ახსენით, რატომ.

9. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ თუ ორი პარალელური წრფე მესამეთი არის გადაკვეთილი, მაშინ ცალმხრივი შიგა კუთხეების გრადუსული ზომების ჯამი 180°-ს უდრის.
- პირობის მიხედვით, ორი პარალელური წრფის მესამეთი გადაკვეთისას მიღებული კუთხეებიდან ოთხის ჯამი 172°-ია. რადგან ეს ჯამი 180°-ზე ნაკლებია ამიტომ, ამ კუთხეებს შორის არცერთი ორი არ იქნება ცალმხრივი შიგა ან მოსაზღვრე. წინააღმდეგ შემთხვევაში მხოლოდ ამ ორი კუთხის გრადუსულ ზომათა ჯამი გადააჭარბებდა 172°-ს. ე.ი. ისინი (ოთხივე) ტოლი კუთხეებია (ვერტიკალური, შესაბამისი ან შიგა ჯვარედინი კუთხეები).
- აღვნიშნოთ თითოეული მათგანის გრადუსული ზომა x°-ით. მაშინ $x°+x°+x°+x°=172°$. აქედან და $4x = 172°$ და $x = 43°$.

პასუხი: საძიებელი კუთხეებიდან თითოეულის გრადუსული ზომაა **43°**.

კითხვა მსჯელობისთვის: როგორ შეიცვლებოდა ამოხსნის პროცესი თუ პირობაში მხოლოდ 172°-ს ჩავანაცვლებდით 240°-ით?

დამატებითი მეთოდური კომენტარი

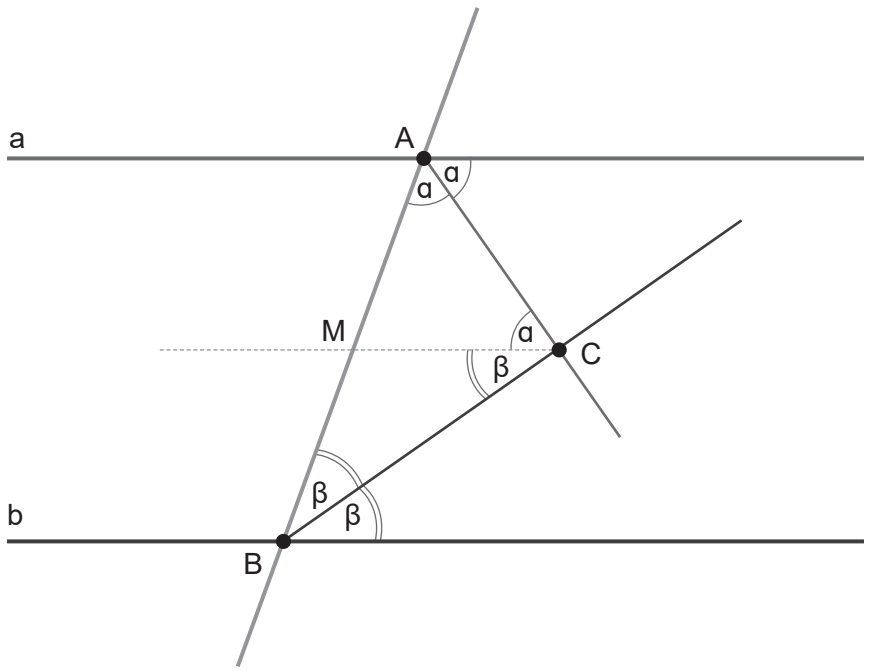
240°-იანი შემთხვევა მიზანშეწონილია განვიხილოთ როგორც შემთხვევების კვლევა და არა როგორც 172°-იანი ამოცანის პირდაპირი ანალოგი. მოსწავლეებს ვთხოვოთ გაარკვიონ, რა ტიპის ოთხი კუთხე შეიძლება იყოს შერჩეული. 240°-იანი ჯამი აღარ გვაძლევს საფუძველს

დავასკვნათ, რომ ოთხივე კუთხე აუცილებლად ტოლია. შესაძლებელია სხვადასხვა შერჩევა, ამიტომ საჭიროა შემთხვევების ცალ-ცალკე განხილვა. აქ განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია, მოსწავლემ დასკვნა მხოლოდ რიცხვითი ჯამის მიხედვით არ გამოიტანოს და გაითვალისწინოს კუთხეების ურთიერთმდებარეობაც.

მეთოდური მიზანი: ეს ჩანართი აძლიერებს შემთხვევების განხილვის კულტურას და აფრთხილებს ზედმეტ განზოგადებაზე.

10. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ თუ ორი პარალელური წრფე მესამეთი არის გადაკვეთილი, მაშინ ცალმხრივი შიგა კუთხეების გრადუსული ზომების ჯამი 180°-ს უდრის, ამასთან გავახსენოთ ისიც რომ კუთხის ბისექტრისა ამ კუთხეს ორი, ტოლი ზომის კუთხედ ყოფს.
- ავაგოთ შესაბამისი ნახაზი და, რადგან ბისექტრისა კუთხე ორ ტოლ კუთხედ ყოფს ამიტომ, დავაწეროთ ტოლ კუთხეთა სიდიდეებს შესაბამისად α და β. როგორც უკვე აღვნიშნეთ ანუ $2\alpha + 2\beta = 180°$ ანუ $\alpha + \beta = 90°$.



- C წერტილზე გავავლოთ a და b პარალელური წრფეების პარალელური CM წრფე. როგორც ვიცით, ასეთი წრფე ნამდვილად გაივლება.
- ნახაზზე გაჩნდება ორი პარალელური წრფის მესამეთი გადაკვეთისას მიღებული შიგა ჯვარედინად მდებარე კუთხეთა რამდენიმე ახალი წყვილი.
- როგორც ჩანს $\angle MCA = \alpha$ და $\angle MCB = \beta$. შესაბამისად, $\angle ACB = \alpha + \beta = 90°$.

კითხვა მსჯელობისთვის: თუ პირობას შევცვლიდით და საწყისად გვეცოდინებოდა, რომ კუთხე ACB მართია, მაშინ შევძლებდით იმის გარკვევას, პარალელურია თუ არა a და b წრფეები? ახსენით, რატომ.

GeoGebra-ს კვლევა:

GeoGebra-ში ავაგოთ ორი პარალელური წრფე და მკვეთი, შემდეგ — შიგა ცალმხრივი კუთხეების ბისექტრისები. ერთ-ერთი პარალელური წრფე ან მკვეთი გადავაადგილოთ ისე, რომ პარალელობა შენარჩუნდეს. მოსწავლეებმა გაზომონ ბისექტრისებს შორის კუთხე და ჩამოაყალიბონ ვარაუდი. ამის შემდეგ უკვე შესრულებული ალგებრული/გეომეტრიული დამტკიცებით დაასაბუთონ, რატომ რჩება ეს კუთხე 90°.

მეთოდური მიზანი: აკავშირებს დინამიკურ ექსპერიმენტს ფორმალურ დამტკიცებასთან — ჯერ ვარაუდი, შემდეგ დასაბუთება.

საერთო მეთოდური რეკომენდაცია

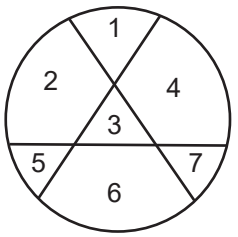
გეომეტრიულ ამოცანებზე მუშაობისას, სასურველია, მოსწავლეებს ჩამოუყალიბდეთ ერთიანი მოქმედების სქემა:

1) წაიკითხონ პირობა და გამოყონ მოცემული/საძიებელი;
2) ნახაზზე მონიშნონ მხოლოდ პირობით მოცემული ფაქტები;
3) დაასახელონ გამოყენებული განმარტება ან თვისება;
4) ყოველი ტოლობის/დასკვნისას თქვან, რის საფუძველზე აკეთებენ მას;
5) მიღებული პასუხი შეამოწმონ კუთხის ან ფიგურის შესაძლო ზომებთან შესაბამისობაზე.

ხაზი გავუსვათ, რომ ნახაზის გარეგნული იერი თავისთავად არ წარმოადგენს დამტკიცებას: მაგალითად, ორი წრფე შეიძლება ნახაზზე პარალელურად ჩანდეს, ორი კუთხე — ტოლად, მაგრამ ეს დასკვნა პირობით ან შესაბამისი თვისებით უნდა დასაბუთდეს.

მეორე თავის დამატებითი ამოცანები

3.

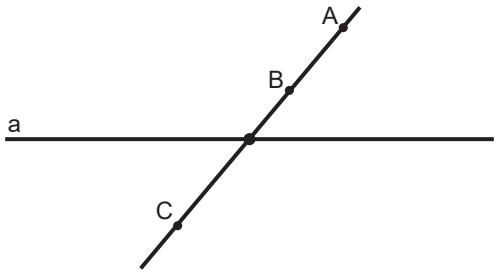


მაქსიმუმ 7 ნაჭერს.

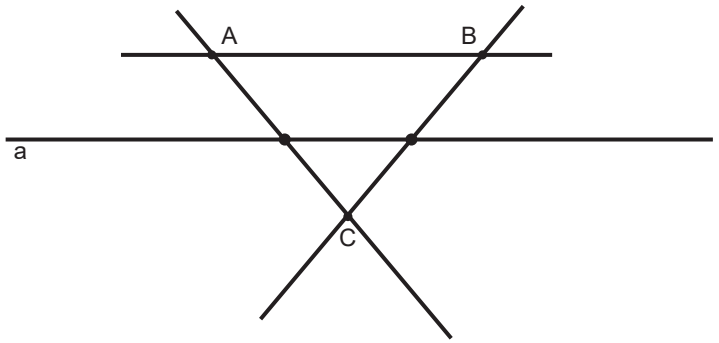
6. $\frac{4 \cdot 3}{2} = 6$

7. $\frac{20 \cdot 19}{2} = 190$

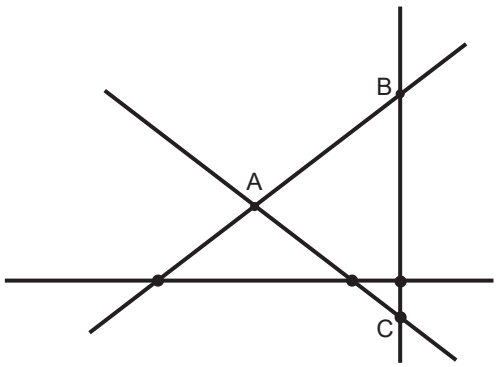
10. I შემთხვევა: A, B და C წერტილები ერთ წრფეზეა. გადაკვეთის 1 წერტილი.



II შემთხვევა: AB წრფე a წრფის პარალელურია. გადაკვეთის ორი წერტილი.



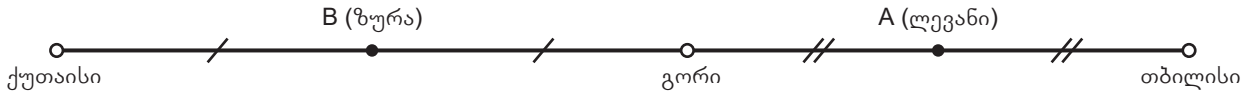
III შემთხვევა, გადაკვეთის 3 წერტილი.



11. წრეწირზე მდებარე წერტილებიდან არცერთი სამი არ მდებარეობს ერთ წრფეზე, ამიტომ გატარებული წრფეების რაოდენობა იქნება: $\frac{5\cdot 4}{2}=10$

15. AB მონაკვეთის შუაწერტილის კოორდინატია: $\frac{3+17}{2}=10$

18. A და B წერტილებს შორის მანძილი, მთელი მანძილის ნახევარია, ე.ი 110 კმ. ზურამ 110 კმ-ით მეტი გაიარა 2 სთ-ში, ვიდრე ლევანმა, ამიტომ მისი სიჩქარე 55 კმ/სთ-ით მეტია.



19. შევადგინოთ ნახაზი, შემოვიღოთ აღნიშვნები:

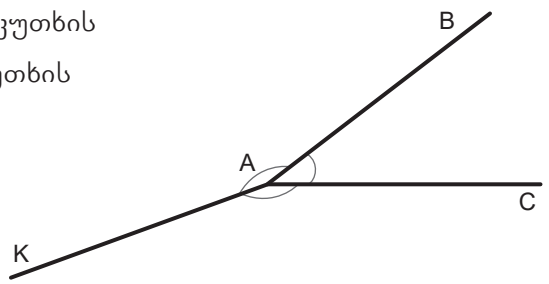


პირობის თანახმად: $x+x+y+x+y+z=23$; $x+y+y+z=17$;
ჩავსვათ, მივიღებთ $2x=6$, ე.ი $x=PQ=3$.

26. ნახაზზე $\angle BAD=\angle DAC=2x+10°$, ე.ი $2(2x+10°)=3x+50°$;
$4x+20°=3x+50°$; $x=30°$; $\angle BAC=3\cdot 30°+50°=140°$;

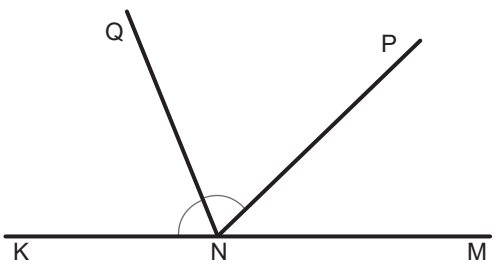
27. უნდა განვიხილოთ ორი შემთხვევა: D წერტილი COB კუთხის შიგა წერტილია, ან D წერტილი AOC კუთხის შიგა წერტილია.
I შემთხვევაში: $\angle AOD=60°+20°=80°$
II შემთხვევაში: $\angle AOD=60°-20°=40°$

28. თუ K წერტილი არ წარმოადგენს BAC კუთხის შიგა წერტილს, მაშინ AK სხივი BAC კუთხის ბისექტრისის დამატებითი სხივია.



29. რადგან AOB კუთხე მახვილია და OC მისი ბისექტრისაა, 120° შეიძლება იყოს მხოლოდ AOB კუთხის და მისივე ნახევრის ჯამი: $\angle AOB+\angle AOC=120°$, $\frac{3}{2}\cdot\angle AOB=120°$,
ე.ი $\angle AOB=80°$.

32. $\angle MNQ=\angle PNM+\angle QNP=180°-\angle KNQ=180°-68°=112°$



34. კუთხეებია 5x; 8x; 7x $5x + 8x + 7x = 180°$

$x = 9°$

კიდურა კუთხეების ბისექტრისებს შორის კუთხე ტოლია: $\frac{5x}{2} + 8x + \frac{7x}{2} = 14x = 126°$.

35. ვერტიკალური კუთხეები ტოლია. ამოცანის პირობის თანახმად, ვღებულობთ განტოლებას: $\frac{x}{3} + 12° = \frac{x}{2}$, საიდანაც $x = 72°$.

36. $\angle AOC = \frac{7}{3} \cdot \angle COB$; შეგვიძლია შემოვიტანოთ აღნიშვნა $\angle AOC = 7x$; მაშინ $\angle COB = 3x$;

ამოცანის პირობის თანახმად $7x - 3x = 72°$; $x = 18°$ და $\angle AOC = 126°$ და $\angle COB = 54°$, მაგრამ $126° + 54° = 180°$ და OC გადის AOB კუთხის გვერდებს შორის, ე.ი AOC და COB კუთხეები მოსაზღვრეა.

39. ორი წრფის გადაკვეთისას ვღებულობთ ოთხ კუთხეს, რომლებიც წყვილ-წყვილად ტოლია, ამავე დროს ვღებულობთ გაშლილ კუთხეებსაც. თუ სამი კუთხიდან, რომელთა ჯამი 310°-ია არცერთი არარის გაშლილი, მაშინ საძიებელი კუთხე იქნება:
$360° - 310° = 50°$;
თუ ერთერთი კუთხე გაშლილია, მაშინ დანარჩენი ორი კუთხე ვერტიკალურია და ე.ი ტოლია. საძიებელი კუთხე: $(310° - 180°) : 2 = 65°$

40. მითითება: მოვნიშნოთ ნახაზზე აღნიშნული კუთხეების ვერტიკალური – ტოლი კუთხეები.

42. B წვეროსთან ვღებულობთ 38° და 32°-იანი კუთხეების შიგა ცალმხრივ მდებარე კუთხეებს: $\angle ABC = 360° - (180° - 38°) - (180° - 32°) = 38° + 32° = 70°$.
ან ასე:
გავაგრძელოთ b წრფე ABC კუთხის შიგნით, მაშინ მივიღებთ: A და C კუთხეების შიგა ჯვარედინად მდებარე კუთხეებს და $\angle ABC = 38° + 32° = 70°$.

44. *მითითება: C წერტილზე გავატაროთ a და b წრფეების პარალელური წრფე.*

45. *ამოცანა მე-40 ამოცანის ანალოგიურია.*

46. გაითვალისწინეთ 44-ე ამოცანის მითითება.

შემაჯამებელი სამუშაოს ნიმუში

I ვარიანტი

1. AB მონაკვეთზე მიმდევრობით აღებულია C და D წერტილები ისე, რომ AC : CD : DB = = 2 : 6 : 3. AC და CD მონაკვეთების შუაწერტილებს შორის მანძილი 12 სმ-ია. იპოვეთ AB მონაკვეთის სიგრძე.

2. იპოვეთ კუთხე, თუ ის მისი ორი მოსაზღვრე კუთხის ჯამის 10%-ია.

3. ABC გაშლილი კუთხეა. BD სხივი გადის ABC კუთხის გვერდებს შორის. BK სხივი DBC კუთხის ბისექტრისაა და ∠ABK=146°. იპოვეთ CBD კუთხე.

4. ორი პარალელური წრფის მესამეთი გადაკვეთისას მიღებული შიგა ცალმხრივი კუთხეების ბისექტრისები მოცემულ წრფეებთან ადგენენ α და β კუთხეებს, რამელთა შორის სხვაობა 10°-ია. იპოვეთ მათ შორის უმცირესი.

5. ორ პარალელური წრფესა და მკვეთს შორის შესაბამისი კუთხეების ჯამი 130°-ია. იპოვეთ შიგა ცალმხრივი კუთხეების სხვაობის მოდული.

II ვარიანტი

1. AB მონაკვეთზე მიმდევრობით აღებულია C და D წერტილები ისე, რომ AC : CD : DB = = 3 : 5 : 7. AC და CD მონაკვეთების შუაწერტილებს შორის მანძილი 18 სმ-ია. იპოვეთ AB მონაკვეთის სიგრძე.

2. იპოვეთ კუთხე, თუ ის მისი ორი მოსაზღვრე კუთხის ჯამის 25%-ია.

3. ABC გაშლილი კუთხეა. BD სხივი გადის კუთხის გვერდებს შორის. BK სხივი DBC კუთხის ბისექტრისაა და ∠ABK = 138°. იპოვეთ CBD კუთხე.

4. ორი პარალელური წრფის მესამეთი გადაკვეთისას მიღებული შიგა ცალმხრივი კუთხეების ბისექტრისები მოცემულ წრფეებთან ადგენენ α და β კუთხეებს, რამელთა შორის სხვაობა 20°-ია. იპოვეთ მათ შორის უმცირესი.

5. ორ პარალელური წრფესა და მკვეთს შორის შესაბამისი კუთხეების ჯამი 150°-ია. იპოვეთ შიგა ცალმხრივი კუთხეების სხვაობის მოდული.

შემაჯამებლის შეფასების სქემა:

თითოეული ამოცანა შესაძლებელია შევაფასოთ ორი ქულით.

1. ა) დახაზა ნახაზი, შემოიტანა აღნიშვნა (x) და იპოვა მისი მნიშვნელობა (0,5 ქულა);
ბ) იპოვა თითოეული მონაკვეთის სიგრძე (0,5 ქულა);
გ) იპოვა მანძილი შესაბამისი მონაკვეთების შუაწერტილებს შორის.
დაწერა პასუხი (1 ქულა)

2. ა) შემოიტანა აღნიშვნა და დაწერა შესაბამისი განტოლება (1ქულა);
ბ) ამოხსნა განტოლება და დაწერა პასუხი (1ქულა).

3. ა) დახაზა ნახაზი, სწორად მიუთითა ტოლი კუთხეები (1ქულა);
ბ) დაწერა კუთხის გამოსათვლელი გამოსახულება და იპოვა მისი მნიშვნელობა (1ქულა);

4. ა) შეადგინა შესაბამისი ნახაზი, სწორად მიუთითა ამოცანის პირობაში აღნიშნული კუთხეები და დაწერა ამოცანის პირობის შესაბამისი ტოლობა (1ქულა);
ბ) დაწერა შიგა ცალმხრივი კუთხეების თვისება და იპოვა ისინი (0,5 ქულა);
გ) იპოვა ამოცანის პირობაში აღნიშნული კუთხეები და სწორად დაწერა პასუხი (0,5ქულა).

5. ა) იპოვა შესაბამისი კუთხეები (1ქულა);
ბ) იპოვა შიგა ცალმხრივ მდებარე კუთხეების წყვილი (0,5ქულა);
გ) იპოვა მათი სხვაობის მოდული (0,5ქულა);
ცხადია, მასწავლებელს შეუძლია საკუთარი შეხედულებისამებრ შეცვალოს როგორც ამოცანები, ისე შეფასების სქემა.

თავი III

თემატური ბლოკი: რიცხვები და მოქმედებები (მათი გამოყენება ყოველდღიურ ცხოვრებაში და მეცნიერების სხვა დარგებაში)		
სამიზნე ცნებები	შედეგის მიღწევის ინდიკატორები	საკითხები/ქვესაკითხები
მათემატიკური მოდელი	- რეალური მოვლენის აღწერა მათემატიკური მოდელების: სიდიდეთა შეფარდების, პროცენტის, მარტივი დარიცხვის ფორმულის, პროპორციის, სკალის, მასშტაბის გამოყენებით და მასთან დაკავშირებული პრობლემის გადაჭრა; - ყოველდღიურ ცხოვრებაში სხვადასხვა სიტუაციების მოდელირება რიცხვითი გამოსახულების გამოყენებით.	**პროცენტი** - რიცხვის პროცენტის პოვნა; - ერთი რიცხვი მეორის რამდენი პროცენტია; - პროცენტული შეფარდება; - რაოდენობის პროცენტით გაზრდა ან შემცირება; - პროცენტული ცვლილება; - ყოფით ცხოვრებასთან დაკავშირებული ამოცანების ამოხსნა პროცენტის მეშვეობით. **სამომხმარებლო არითმეტიკა** - მარტივი პროცენტი, მარტივი ბუღალტერია, გადასახადები. **პროპორცია** - პროპორციის თვისებები; - პირდაპირპროპორციული და უკუპროპორციული დამოკიდებულება **რაოდენობის მოცემულ თანაფარდობად დაყოფა** - რაოდენობებს შორის კავშირის დადგენა პროპორციის მეშვეობით; - სიჩქარის, როგორც ფარდობის წარმოდგენა(გავლილი გზა/დროსთან).
კანონზომიერება	- შეეძლოს რიცხვის სხვადასხვა ფორმით ჩაწერა – რიცხის ნაწილსა და პროცენტს შორის კავშირი; - სიდიდეებს შორის პროპორციული დამოკიდებულების აღმოჩენა, გამოყენება, რიცხვის დაყოფა პროპორციულ ნაწილებად; - პროცენტული ცვლილების დადგენა. დარიცხვის მარტივი/რთული პროცენტის წესის დადგენა და ფორმულირება.	

ლოგიკა/ლოგიკური მსჯელობა	• სხვადასხვა ფორმით ჩაწერილი რიცხვების შედარება, კლასიფიკაცია შესაბამისი ნიშნის, წესის გამოყენებით და აღნიშნული წესის ახსნა; • პირდაპირპროპორციული თუ უკუპროპორციული დამოკიდებულების ამოცნობა და დასაბუთება ცხრილის სახით მოცემულ რიცხვებს შორის. • რაოდენობრივი მსჯელობა, ჰიპოთეზების ჩამოყალიბება, მათი დადასტურება ან უარყოფა კონტრმაგალითით.	

სწავლის შედეგები: 1. საკვლევი ობიექტის, პროცესის, სიტუაციის, მოვლენის აღმწერი **მათემატიკური მოდელის** შექმნა, აგება და მისი გამოყენება შესაბამისი პრობლემის გადასაჭრელად, მიღებული შედეგების წარდგენა და ვიზუალიზაცია ციფრული ტექნოლოგიების გამოყენებით, მოვლენის ანალიზისა და შესწავლისთვის.

2. რიცხვებში, მიმართებების, დამოკიდებულებების (მათ შორის, ფუქნციური დამოკიდებულებების) და **კანონზომიერებების** აღმოჩენა, აღწერა, გაგრძელება, გამოყენება მათემატიკური მოდელის შექმნა და გამოყენება მათემატიკური, საბუნებისმეტყველო ან ყოველდღიური მოვლენების გასააზრებლად, პროგნოზირებისა და პრობლემის გადასაჭრელად.

3. ლოგიკური მსჯელობა, შესაბამისი სიმბოლოებისა და ტერმინების გამოყენება მათემატიკური ობიექტების, მათი თვისებების და მათ შორის მიმართებების დასაბუთებისა და ახსნისთვის; რეალური მოვლენის, მათემატიკური ობიექტების განხილვისას მიზეზ-შედეგობრივი კავშირების დადგენა ინდუქციური ან დედუქციური მსჯელობის გამოყენებით; ინფორმაციის ანალიზი და მიღებული დასკვნების ლოგიკური დასაბუთება. მსჯელობის პროცესის განვითარება, ალტერნატიული გზების მოძიება, მიღებული გადაწყვეტილებების სისწორისა და ეფექტიანობის შეფასება რეალური და მათემატიკური პრობლემის გადაჭრისთვის.

საკვანძო შეკითხვები:

- რა კავშირია პროპორციასა და მასშტაბს შორის;
- როგორ გამოვიყენებთ რიცხვების თვისებებს/რაოდენობრივ მსჯელობას პირადი ხარჯთაღრიცხვის წარმოებასთან დაკავშირებული ან მეცნიერების სხვა დარგებიდან მომდინარე ამოცანების ამოხსნისას?
- რატომ არ არის შესაძლებელი, ერთიდა იგივე პროცენტული ზრდა და შემცირება აღარ დაუბრუნდეს საწყის რაოდენობას?
- როგორ გავიგოთ, თუ რა პროცენტით შეიცვალა სიდიდე?
- როგორ არის დაკავშირებული რაციონალური რიცხვები შენადნობებსა და ხსნარებში შემავალი სხვადასხვა ნივთიერების კონცენტრაციასთან?
- როგორ გვეხმარება პროპორცია რეალური ცხოვრებისეული ამოცანების გადაჭრაში?

თემატური ბლოკი: ალგებრა		
სამიზნე ცნებები	შედეგის მიღწევის ინდიკატორები	საკითხები/ქვესაკითხები
მათემატიკური მოდელი	- ვერბალურად აღწერილი სიტუაციის შესაბამისი მათემატიკური მოდელის (ალგებრული გამოსახულების/ ფორმულის, განტოლების) ჩაწერა/ახსნა და პრობლემის გადაჭრა; - ყოველდღიურ ცხოვრებაში სხვადასხვა სიტუაციების მოდელირება რიცხვითი გამოსახულების გამოყენებით.	**განტოლება** - განტოლება; - განტოლების ამოხსნა; - ამოცანების ამოხსნა განტოლების მეშვეობით.
კანონზომიერება	- ტოლფას განტოლებებს შორის კანონზომიერების აღმოჩენა და გამოყენება; - ალგებრული ოპერაციების და მათი თვისებების აღმოჩენა/ გამოყენება; - სიდიდეებსა და მათ ერთეულებს შორის თანაფარდობის გამოთვლა; სიდიდის ცვლილებასთან, მასშტაბთან დაკავშირებული ამოცანების ამოხსნისას კანონზომიერების აღმოჩენა; ერთ სისტემაში მოცემული ერთეულის სხვა სისტემის ერთეულით გამოსახვა.	

ლოგიკა/ლოგიკური მსჯელობა	• განტოლებებთან, და ასოით გამოსახულებებთან მიმართებაში მათემატიკური ტერმინების, აღნიშვნებისა და სიმბოლოების კორექტულად გამოყენება; • ტოლფას განტოლებებს შორის კანონზომიერების აღმოჩენა, აღწერა/ დასაბუთება; • განტოლების ამოხსნა სხვადასხვა სტრატეგიების, ალგორითმების გამოყენებით და ამოხსნის სტრატეგიების შეფასება; • რეალური სიტუაციის შესაბამისი განტოლების ამონახსნთა შეფასება მოცემულ კონტექსტში და პრობლემის გადაჭრა.	

სწავლის შედეგები: 1. საკვლევი ობიექტის, პროცესის, სიტუაციის, მოვლენის აღმწერი მათემატიკური მოდელის შექმნა, აგება და მისი გამოყენება შესაბამისი პრობლემის გადასაჭრელად, მიღებული შედეგების წარდგენა და ვიზუალიზაცია ციფრული ტექნოლოგიების გამოყენებით, მოვლენის ანალიზისა და შესწავლისთვის.

2. რიცხვებში, მიმართებების, დამოკიდებულებების და **კანონზომიერებების** აღმოჩენა, აღწერა, გაგრძელება, გამოყენება მათემატიკური მოდელის შექმნა და გამოყენება მათემატიკური, საბუნებისმეტყველო ან ყოველდღიური მოვლენების გასააზრებლად, პროგნოზირებისა და პრობლემის გადასაჭრელად.

3. ლოგიკური მსჯელობა, შესაბამისი სიმბოლოებისა და ტერმინების გამოყენება მათემატიკური ობიექტების, მათი თვისებების და მათ შორის მიმართებების დასაბუთებისა და ახსნისთვის; რეალური მოვლენის, მათემატიკური ობიექტების განხილვისას მიზეზ-შედეგობრივი კავშირების დადგენა ინდუქციური ან დედუქციური მსჯელობის გამოყენებით; ინფორმაციის ანალიზი და მიღებული დასკვნების ლოგიკური დასაბუთება. მსჯელობის პროცესის განვითარება, ალტერნატიული გზების მოძიება, მიღებული გადაწყვეტილებების სისწორისა და ეფექტიანობის შეფასება რეალური და მათემატიკური პრობლემის გადაჭრისთვის;

საკვანძო შეკითხვები:

- როგორ უნდა ჩაიწეროს მათემატიკურ ენაზე ვერბალურად აღწერილი ამოცანა?
- რა განსახვავებაა ასოით გამოსახულებასა და განტოლებას შორის?
- როგორ გვეხმარება გამარტივებები ალგებრული გამოსახულების/განტოლების ეკვივალენტური ფორმების მისაღებად?
- როგორ ემსგავსება განტოლება ,,გაწონასწორებას“? როგორ დამეხმარება გაწონასწორების უდეა განტოლების ამოხსნაში?
- შესაძლებელია თუ არა განტოლებას ჰქონდეს ხუთი ამონახსნი?
- შესაძლებელია, თუ არა განტოლების ფესვი იყოს ნებისმიერი ლუწი რიცხვი, მაგრამ მასი ფესვი არ იყოს არც ერთი კენტი რიცხვი?

1. პროცენტი

გაკვეთილი 1

გაკვეთილის თემა: პროცენტი.
გაკვეთილის ტიპი: ახალი მასალის ახსნა.
გაკვეთილის მიზანი: მოსწავლეებში პროცენტის, როგორც რიცხვის აღნიშვნის, ასევე სიდიდის ნაწილის ახალი ფორმის გაგების უნარის განვითარება. რიცხვის პროცენტის პოვნის სწავლება.

დაგეგმილი შედეგები: მოსწავლეები ისწავლიან რიცხვის პროცენტულ ჩანაწერს; პროცენტის სახით ჩაწერილი რიცხვის ჩაწერას წილადის ან ნატურალური რიცხვის, ასევე ათწილადის სახით. რიცხვის პროცენტის პოვნას.

ძირითადი ცნებები: პროცენტი; რიცხვის პროცენტის პოვნა.

აქტივობა: ორგანიზაციული საკითხები(მისალმება, სიის ამოკითხვა).
გაკვეთილს დავიწყებთ რიცხვის ნაწილის გახსენებით. წინარე ცოდნის გააქტიურების მიზნით, სასურველია, **დავსვათ შეკითხვები:**

- როგორ გადავამრავლოთ წილადი რიცხვები?
- როგორ გადავამრავლოთ ერთნაირნიშნიანი რაციონალური რიცხვები? სხვადასხვანიშნიანი რიცხვები?
- როგორ ვიპოვოთ a რიცხვის b ნაწილი?
- რას უდრის 240-ის $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{1}{100}$; $\frac{3}{100}$ ნაწილი?
- რისი ტოლია 1 სთ-ის $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{5}$ ნაწილი?
- როგორ გესმით, საქონლის ღირებულება შემცირდა $\frac{1}{2}$ ნაწ-ით? გაიზარდა $\frac{1}{4}$ ნაწილით? როგორ ვიპოვოთ საქონლის ახალი ფასი?

ბოლო შეკითხვაზე, სასურველია, მოსწავლეებმა განიხილონ პოვნის ორივე გზა:

1. იპოვონ ღირებულების $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\right)$ ნაწ. და გამოაკლონ (დაუმატონ) თავდაპირველ ღირებულებას.

2. გაიგონ გაიაფების(გაძვირების) შემდეგ ახალი ფასი ძველის რა ნაწილია – $\frac{1}{2}\left(\frac{5}{4}\right)$ ნაწ. და შემდეგ იპოვონ ახალი ფასი.

ვთხოვოთ მოსწავლეებს, შეასრულონ პარაგრაფის დასაწყისში მოცემული დავალება. დავალების შესრულების შემდეგ კარგი იქნება ასეთი შეკითხვის დასმა: ახლა კი იპოვეთ ნოუთბუქის ფასი, თუ მისი თავდაპირველი ფასი გაიზრდებოდა $\frac{23}{100}$ ნაწ-ით.

კითხვა: რა კავშირია 0,3 და $\frac{3}{10}$-ს; $\frac{23}{100}$ და 0,23-ს; $\frac{11}{100}$ და 0,11-ს შორის?

პასუხი: არიან ტოლი წილადები. შეგვიძლია დავაზუსტოთ, რომ ერთი და იმავე რიცხვის ორი განსხვავებული ჩანაწერია.
უკვე შესაძლებელია განვმარტოთ პროცენტი. ავუხსნათ მოსწავლეებს, რომ $1\% = \frac{1}{100}$; $5\% = \frac{5}{100}$; $21\% = \frac{21}{100}$. ე.ი.უკვე გვაქვს ერთი და იმავე რიცხვის სამი განსხვავებული ჩანაწერი:
$1\% = \frac{1}{100} = 0{,}01$; $5\% = \frac{5}{100} = 0{,}05$; $21\% = \frac{21}{100} = 0{,}21$.

ყურადღება გამახვილდეს: a რიცხვის p% რომ ვიპოვოთ, საჭიროა:
1. p% ჩავწეროთ წილადის სახით $p\% = \frac{p}{100}$ და
2. ვიპოვოთ a რიცხვის $\frac{p}{100}$ ნაწ., რაც იგივეა: a-ს $p\% = a \cdot \frac{p}{100}$.

სასურველია, გაკვეთილზე გაირჩეს: №№ 1; 2; 3; 4; 7.

დავალება: №№ 1; 2; 3; 4; 5; 16.

მეთოდური კომენტარები: მნიშვნელოვანია, მოსწავლეებმა გააცნობიერონ, რომ პროცენტი არის წილადის კიდევ ერთი განსხვავებული ჩანაწერი, რომ ერთი და იგივე რიცხვი შესაძლებელია სამნაირად ჩაიწეროს; რომ პროცენტთან დაკავშირებული ამოცანები შესაძლებელია დავიყვანოთ წილადებთან დაკავშირებულ მსგავს ამოცანებზე; ყურადღება გამახვილდეს რომ 100% ეს ერთი ერთეულია, ეს მთელი რაოდენობაა, რისთვისაც, ალბათ, საჭირო გახდება მრავალი პრაქტიკული მაგალითის მოყვანა.

გაკვეთილი 2

გაკვეთილის თემა: პროცენტი.
გაკვეთილის ტიპი: ცოდნის განმტკიცება.
გაკვეთილის მიზანი: განიმტკიცონ პროცენტის სახით ჩაწერილი რიცხვის წილადის, ნატრალური რიცხვის, ასევე ათწილადის სახით ჩაწერა, ასევე რიცხვის ჩაწერა პროცენტის სახით. ამოცანების ამოხსნა პროცენტის პოვნაზე.
დაგეგმილი შედეგები: მოსწავლე განავითარებს პროცენტის წილადის სახით და პირიქით, წილადის პროცენტული სახით ჩაწერის უნარებს. ამოცანების ამოხსნას პროცენტებზე.
ძირითადი ცნებები: პროცენტი; რიცხვის პროცენტის პოვნა.
აქტივობა: ორგანიზაციული საკითხები (მისალმება სიის ამოკითხვა). საშინაო დავალების შემოწმება. დავალებიდან გაურკვეველი საკითხების გარჩევა.
წინარე ცოდნის გააქტიურების მიზნით, სასურველია, **დავსვათ შეკითხვები:**

- როგორ ჩავწეროთ რიცხვი პროცენტის სახით?
- ჩაწერეთ რიცხვები 1,2; $\frac{1}{5}$; 3; 1 პროცენტის სახით.
- რას უდრის 12-ის 20%; 25%; 1%?
- როგორ ჩაიწერება პროცენტის სახით ჩაწერილი რიცხვი წილადის, ათწილადის ან ნატურალური რიცხვის სახით?
- ჩაწერეთ წილადის სახით: 5%; 20%; 17%.

მასწავლებელი მოსწავლეთა დახმარებით განიხილავს პარაგრაფში გარჩეული **მაგალით 1-ს** და **2-ს.** აქ მნიშნელოვანია მოსწავლემ გაიგოს, შენადნობში 60% სპილენძია ნიშნავს, რომ თუ გვექნება 1კგ შენადნობი, მაშინ ამ 1 კგ-ის 60% სპილენძი იქნება, თუ გვექნება 5კგ შენადნობი, მაშინ შენადნობში 5კგ-ის 60% იქნება სპილენძი, და ა.შ. იქვე კითხვა-ამოცანა შესაძლებელია ასე ამოვხსნათ:
I გზა: ჯერ ვიპოვოთ შენადნობში თუთიის რაოდენობა და შემდეგ, აქედან ვიპოვით სპილენძის რაოდენობას. რადგან პირობაში ნახსენებია „განხილულ ამოცანაში“ ეს ნიშნავს, რომ შენადნობი შეიცავს მხოლოდ სპილენძსა და თუთიას (როგორც თავდაპირველ ამოცანაშია მითითებული).
II გზა. რადგან მთელი შენადნობი 100%-ია, ამიტომ სპილენძი იქნება $100\% - 20\% = 80\%$ და ვიპოვით სპილენძის რაოდენობას.

სასურველია, გაკვეთილზე გაირჩეს: №№ 10; 13; 14; 15; 17.

დაასრულეთ წინადადება:

- ► პროცენტი ეწოდება...
- ► 1 ტ-ის 1% არის....
- ► 1 სთ-ის 25%, არის...
- ► 1მ-ის 37% არის...
- ► a რიცხვის b% ტოლია...
- ► 12-ის 200%; 50% უდრის...

დავალება: №№ 6; 7; 8; 9; 12; 16; მოვემზადოთ შემდეგი გაკვეთილისთვის.

ამოხსნები და მითითებები:

3. ა) $100 \cdot \frac{12}{100} = 12$; გ) $25 \cdot \frac{10}{100} = 2{,}5$; დ) $4{,}8 \cdot \frac{25}{100} = 1{,}2$;

ვ) $360 \cdot \frac{25}{100} = 90$; $90 \cdot \frac{20}{100} = 18$.

4. ა) $80 \cdot \frac{20}{100} = 16$. ასევე $20 \cdot \frac{80}{100} = 16$, ანუ 80-ის 20% და 20-ის 80% ტოლია;

ბ) ცხდია, მარტივი მისახვედრია, რომ $63 \cdot \frac{28}{100} = 28 \cdot \frac{63}{100}$;

დ) ასევე შეამჩნევდით, რომ m-ის n% არის n-ის m%-ის ტოლი.

6. 3 კგ = 3 000 გ, 3 000-ის 84% = $3\,000 \cdot \frac{84}{100} = 2\,520$ გ

2 ტ = 2 000 კგ = 2 000 000 გ, ამიტომ მასში იქნება $2\,000\,000 \cdot \frac{84}{100} = 1\,680\,000$ გ წყალი.

7. ერთი ბურთის დასამზაებლად საჭირო იქნება 450-ის 55% ანუ $450 \cdot \frac{55}{100} = 247{,}5$ გრამი სინთეტიკური ტყავი. ხოლო ორი ასეთი ბურთისთვის – $247{,}5 \cdot 2 = 495$ გ.
(II ხერხი) ორი ბურთის საერთო მასა იქნება $450 \cdot 2 = 900$ გ, მათ დასამზადებლად საჭირო სინთეტიკური ტყავი კი $900 \cdot \frac{55}{100} = 450$ გ.

8. $25 \cdot \frac{60}{100} = 15$ (გოგონაა ჯგუფში), შესაბამისად $25 - 15 = 10$ ბიჭი. ანუ გოგონები ბიჭებზე $\frac{15}{10} = 1{,}5$-ჯერ მეტნი არიან.

9. $350 \cdot \frac{20}{100} = 70$ (გვერდი წაიკითხა პირველ დღეს), შესაბამისად მეორე დღეს წაუკითხავს $70 \cdot 2 = 140$ (გვერდი).
$350 - (70 + 140) = 140$ გვერდი დარჩა წასაკითხი.

10. $240 \cdot \frac{40}{100} = 96$ (კილომეტრი დაიგო აპრილში); $240 - 96 = 144$ კმ (დარჩა).
მაისში დაიგო $144 \cdot \frac{75}{100} = 108$ კმ, ანუ ამ ორი თვის განმავლობაში სულ დაგებულა $96 + 108 = 204$ კმ, ხოლო დასაგები კიდევ დარჩა $240 - 204 = 36$ კმ.

11. 20 საკითხიდან $20 \cdot \frac{40}{100} = 8$ საკითხი 2-ქულიანია, $20 \cdot \frac{30}{100} = 6$ საკითხი 3-ქულიანი, შესაბამისად $20 - (8 + 6) = 6$ საკითხიც 4 ქულიანი. გამოცდაზე მაქსიმალური ქულა იქნებოდა $8 \cdot 2 + 6 \cdot 3 + 6 \cdot 4 = 16 + 18 + 24 = 58$ ქულა.

12. $800 \cdot \frac{68}{100} = 544$ (რესტავრირებული), ანუ აღსადგენი დარჩენილა $800 - 544 = 256$ ექსპონატი.
(II ხერხი) თუ 68%-ის აღდგენა მოესწრო, ანუ აღსადგენი დარჩა ექსპონატების
$100 - 68 = 32\%$, რაც $800 \cdot \frac{32}{100} = 256$ ექსპონატია.

15. მარიამის მაღაზიაში შერჩეული ნივთების ჯამური ღირებულება არის $35 + 12 + 8 = 55$ ლარი (მეტი 50 ლარზე), ამიტომ იგი ისარგებლებდა მუზეუმის ბილეთზე ლარიანი ფასდაკლებით. (იყიდიდა 17 ლარად).
ყველაფრის შეძენის შემდეგ 100 ლარიდან ანგარიშზე დარჩებოდა $100 - (55 + 17) = 28$ ლარი.

16. ოთხი წრფის მიერ მიღებული გადაკვეთის წერტილების რაოდენობა მაქსიმალური იქნება, როდესაც არცერთი ორი წრფე პარალელური არაა, და როდესაც არცერთი სამი წრფე ერთ წერტილში არ იკვეთება.

თითოეული წრფე გადაკვეთს სამს, ამიტომ სულ იქნება $4 \cdot 3 : 2 = 6$ წერტილი (ყურადღება გავამახვილოთ 2-ზე გაყოფაზე, რადგან თითოეული გადაკვეთის წერტილი ჩათლილია 2-ჯერ).

2. რიცხვის პოვნა მისი პროცენტის მიხედვით

გაკვეთილი 3

გაკვეთილის თემა: რიცხვის პოვნა მისი პროცენტის მიხედვით.
გაკვეთილის ტიპი: ახალი მასალის ახსნა.
გაკვეთილის მიზანი: იპოვოს რიცხვი, თუ ცნობილია მისი პროცენტი.
დაგეგმილი შედეგები: მოსწავლეები ისწავლიან რიცხვის პოვნას მისი პროცენტის მიხედვით.
აქტივობა: ორგანიზაციული საკითხები. საშინაო დავალების შემოწმება. დავალებიდან გაურკვეველი საკითხების გარჩევა. წინარე ცოდნის გააქტიურების მიზნით, სასურველია,
დავსვათ შეკითხვები:

- რისი ტოლია a რიცხვის b პროცენტი?
- როგორ გავყოთ წილადი წილადზე?
- როგორ ვიპოვოთ რიცხვი, თუ ვიცით, რომ მისი $\frac{1}{5}$ ნაწ. ტოლია 20-ის; 40-ის?
- რას უდრის რიცხვი,რომლის b ნაწილი c-ს ტოლია?
- რას ნიშნავს, შემცირდა 20%-ით? გაიზარდა 20%-ით?

ბოლო შეკითხვაზე მოსალოდნელია ასეთი პასუხები: ა) შემცირდა $\frac{1}{5}$ ნაწ-ით, ან გახდა თავდაპირველის 80%. რა თქმა უნდა, დავასაბუთებთ, რომ ორივე პასუხი სწორია. მოსწავლეები იწყებენ პრობლემური ამოცანის ამოხსნას. ვურჩიოთ მათ, ნაკლებია 25%-ით, ჯერ-ჯერობით გაიაზრონ, რომ ნაკლებია $\frac{1}{4}$ ნაწ-ით. საჭიროების შემთხვევაში მივეხმაროთ ასეთი კითხვებით: მიღებული ქულა რა ნაწილითაა ნაკლებია მაქსიმალური ქულაზე? მაქსიმალური ქულის რა ნაწილია მიღებული ქულა? ე.ი. როგორ ვიპოვოთ მაქსიმალური ქულა? იმედია, უკვე მოსწავლეები ამოცანას თავს გაართმევენ.

დაფაზე მოსწავლეთა ჩართულობით ვხსნით პარაგრაფში განხილულ ამოცანას და ჩამოვაყალიბებთ წესს, თუ როგორ ვიპოვოთ რიცხვი, მისი პროცენტის მიხედვით. მოსწავლეებს გავახსენებთ წესსს, თუ როგორ ვიპოვოთ რიცხვი მისი ნაწილის მიხედვით და კიდევ ერთხელ გავუსვამთ ხაზს წილადსა და პროცენტს შორის კავშირს.

სასურველია, გაკვეთილზე გაირჩეს: №№ 1; 2; 4; 6.
დავალება: №№ 3; 5; 7; 12; 13.

გაკვეთილი 4

გაკვეთილის თემა: რიცხვის პოვნა მისი პროცენტის მიხედვით
გაკვეთილის ტიპი: ცოდნის განმტკიცება
გაკვეთილის მიზანი: მოსწავლეებმა განავითარონ პროცენტის მიხედვით რიცხვის პოვნის უნარები. ამოხსნან ტექსტიანი ამოცანები პროცენტის საშუალებით რიცხვის პოვნაზე.
დაგეგმილი შედეგები: მოსწავლეები განივითარებენ რიცხვის პოვნის უნარს მისი პროცენტის მიხედვით. ტექსტური ამოცანების ამოხსნის უნარებს.
აქტივობა: ორგანიზაციული საკითხები. საშინაო დავალების შემოწმება. დავალებიდან გაურკვეველი საკითხების გარჩევა. წინარე ცოდნის გააქტიურების მიზნით, სასურველია,
დავსვათ შეკითხვები:

- როგორ ვიპოვოთ a რიცხვის b პროცენტი?
- რას უდრის 60-ის 100%? 200%? 60%? 110%?
- რას ნიშნავს, საქონლის ფასმა 15%-ით დაიკლო? 15%-ით მოიმატა?
- თუ ღირებულება გაიზარდა 25%-ით (შემცირდა 25%-ით), თავდაპირველის რამდენი პროცენტია ახალი ფასი?
- როგორ ვიპოვოთ რიცხვი, თუ ვიცით, რომ მისი 10% ტოლია 20-ის; 25-ის?
- როგორ ვიპოვოთ რიცხვი, თუ ვიცით, რომ მისი 120% ტოლია 24-ის; 30-ის?
- რას უდრის რიცხვი, რომლის b% უდრის c-ს?

დაფაზე, მოსწავლეთა ჩართულობით, ვარჩევთ პარაგრაფში გარჩეულ ამოცანას. ამის შემდეგ, კარგი იქნება, თუ მოსწავლეებს შევთავაზებთ ასეთ ამოცანას: ფერმერმა ბაზარზე გასაყიდად გაიტანა ვაშლი და მსხალი. პირველ დღეს მან გაყიდა ვაშლის 20% და მსხლის 30%. ხილის რამდენი პროცენტი გაყიდა ფერმერმა პირველ დღეს? მოსალოდნელი მცდარი პასუხი: გაყიდა 50%. დავანახოთ მოსწავლეებს, რომ პარაგრაფის ამოცანაში მუხა, ასევე ფიჭვიც პარკში არსებული ხეების(ერთი და იმავე სიდიდის), შესაბამისად 35% და 40% იყო. მეორე ამოცანაში კი გაყიდული ვაშლები არის არა მთლიანი გასაყიდი ხილის 20%, არამედ გასაყიდი ვაშლების 20%. ასევე გაყიდული მსხალი არის მხოლოდ გასაყიდი მსხლის 30% ანუ საზოგადოდ, 20% და 30% სხვადასხვა სიდიდეების პროცენტებია. ჩვენ კი არ ვიცით არც გასაყიდი ვაშლის და არც გასაყიდი მსხლის რაოდენობა. ამრიგად, ამოცანას პირობა აკლია და მისი ამოხსნა შეუძლებელია. ვთხოვოთ, მოსწავლეებს დაამატონ ამოცანას პირობა ისე, რომ მისი ამოხსნა გახდეს შესაძლებელი.
პირობა 1: გასაყიდი ვაშლისა და მსხლის რაოდენობა განსხვავებულია, 2. ტოლია. განხილვის შემდეგ მოსწავლეები დაინახავენ, რომ პირველ შემთხვევაში გაყიდული ხილის პროცენტული რაოდენობა ნამდვილად განსხვავებულია 50%-გან.
სასურველია, გაკვეთილზე გაირჩეს: №№ 9; 10; 11.

დაასრულეთ წინადადება:

- ► იმისათვის რომ ვიპოვოთ რიცხვი, რომლის b პროცენტი a რიცხვის ტოლია, საჭიროა...
- ► რიცხვი, რომლის 1% არის 7, ტოლია...
- ► რიცხვი, რომლის 50% არის 40, ტოლია...
- ► რიცხვი, რომლის 300% არის 60, ტოლია...

ამ ტიპის დავალებაში საკმარისია, მოსწავლემ მოცემული რიცხვებითა და შესაბამისი მოქმედებათა ნიშნებისგან შეადგინოს შესაბამისი გამოსახულება.
დავალება: №№10; 8; მოვემზადოთ შემდეგი გაკვეთილისთვის.

ამოხსნები და მითითებები:

2. რიცხვი, რომლის 60% არის 80 არის $\frac{80}{60}\cdot 100$;

რიცხვი, რომლის 80% არის 60 არის $\frac{60}{80}\cdot 100$.

შევნიშნოთ, რომ მათ შესადარებლად აუცილებელი არაა თითოეულის გამოთვლა.

3. თუ 6 მოსწავლე კლასის 25%-ს შეადგენს, მაშინ მთელი კლასის მოსწავლეთა რაოდენობა არის $6:\frac{25}{100}=24$ (გავამახვილოთ ყურადღება რომ 25% არის $\frac{1}{4}$ ნაწილი).

5. მოსწავლეებს კიდევ ერთხელ გავახსენოთ რიცხვის პოვნის წესი მისი პროცენტის მიხედვით, რადგან 80% არის 8 პარტია, ამიტომ ლაზარეს ნათამაშები პარტიების რაოდენობა იქნებოდა $8:\frac{80}{100}=10$ პარტია.

6. რადგან 1350 ნატეხი მთლიანი რაოდენობის 90%-ია, მაშინ სულ უპოვიათ $1350:\frac{90}{100}=1500$ არტეფაქტი.
ბრინჯაოსა და ოქროს ნივთები შეადგენს მთელი რაოდენობის 10 %-ს, ე.ი. $1500\cdot\frac{10}{100}=150$.

7. მოსწავლეებს შეახსენეთ, რომ $37{,}5\%=\frac{3}{8}$ ნაწილია, ამიტომ თუ 9 ალპინისტი ჯგუფის $\frac{3}{8}$ ნაწილს შეადგენს, მაშინ მთელი ჯგუფის რაოდენობაა $9:\frac{3}{8}=24$.

8. მთელი გზის 18% წარმოადგენს 27 კილომეტრს, ანუ მთელი გზის სიგრძის საპოვნელად $27:\frac{13}{100}=150$ კმ. ხოლო დარჩენილი (გასავლელი) გზის სიგრძე $150-27=123$ კმ.

9. AC მონაკვეთის სიგრძის 60% არის 15 სმ, ე.ი $AC=15:\frac{60}{100}=25$ სმ.
განვიხილოთ შემთხვევა, როდესაც A წერტილი მდებარეობს B და C წერტილებს შორის, მაშინ $BC=AC+AB=25+15=35$ სმ (შეასრულეთ შესაბამისი ნახაზი). ასევე გავამახვილოთ ყურადღება, რომ თუ B წერტილი მდებარეობს A და C წერტილებს შორის, მაშინ $BC=AC-AB=25-15=10$ სმ.

10. პირობის მიხედვით 168 წუთი შეადგენს საწყისი დროსი 100%+12%=112%-ს. შესაბამისად, განახლებამდე ბატარეის მუშაობის დროის საპოვნელად $168:\frac{112}{100}=150$ წთ.
იმსჯელეთ:

- რატომ ვერ გამოვაკლებთ 168-ს პირდაპირ 12%-ს?
- რას აღნიშნავს 112%?
- როგორ შეიცვლებოდა ამოხსნა, თუ პირობაში ეწერებოდა, რომ ბატარეის მუშაობის დროს 12%-ით შემცირდა?

11. ფასდაკლების შემდეგ რჩება 100%-15%=85%, ანუ 1700 ლარი წარმოადგენს საწყისი ღირებულების 85%-ს. მაშინ მის საპოვნელად $1700:\frac{85}{100}=2000$ ლარი.

12. შევახსენოთ მოსწავლეებს:

- საათის ციფერბლატზე რიცხვებს შორის კუთხე 30°-ია;
- წუთების ისარი 1 წუთში გადადის 60-ით;
- საათების ისარი 1 წთ-ში გადადის 0,50-ით.

ამოცანის ამოხსნამდე, სასურველია, მოსწავლეებმა საათის მოდელზე ან ნახაზზე მონიშნონ ორივე ისარი.

ა) 14:30.

დიდი ისარი არის ზუსტად ექვსიანთან, ხოლო პატარა ისარი ორსა და სამს შორის, შუაში. შესაბამისად ისრებს შორის კუთხე იქნება $3 \cdot 30° + 15° = 105°$.

(II გზა) წუთების ისარი $30° \cdot 6 = 180°$.

საათების ისარი $30° \cdot 2 + 30° \cdot 0{,}5 = 75°$.

ისრებს შორის კუთხე $180° - 75° = 105°$.

პასუხი: 1050.

დამატებით იმსჯელეთ:

- რატომ არ მდებარეობს საათის ისარი ზუსტად ორზე როდესაც 14:30-ია?
- შესაძლებელია თუ არა საათის ისრებიი დაემთხვეს ერთმანეთს? რამდენჯერ მოხდება ეს დღე-ღამეში?
- რატომ ვირჩევთ ორ შესაძლო კუთხეს შორის უმცირესს?

13. გავავლოთ წრფე და მასზე მოვნიშნოთ O(0).
ამ წერტილიდან 7-ჯერ გადავზომოთ 7 ერთეულის ტოლი მონაკვეთი: $OA = 7 \times 7 = 49$.
O წერტილიდან სახაზავის დახმარებით 4-ჯერ გადავზომოთ 11-ის ტოლი მონაკვეთი:
$OB = 4 \times 11 = 44$;
$AB = OA - OB = 49 - 44 = 5$.

3. ორი რიცხვის პროცენტული შეფარდება

გაკვეთილი 5

გაკვეთილის თემა: ორი რიცხვის პროცენტული შეფარდება.
გაკვეთილის ტიპი: ახალი მასალის ახსნა.
გაკვეთილის მიზანი: გავაცნოთ, როგორ იპოვონ, ორი რიცხვის პროცენტული შეფარდება
დაგეგმილი შედეგები: მოსწავლეები ისწავლიან რიცხვის პროცენტული შეფარდების პოვნას.
აქტივობა: ორგანიზაციული საკითხები. საშინაო დავალების შემოწმება. დავალებიდან გაურკვეველი საკითხების გარჩევა. წინარე ცოდნის გააქტიურების მიზნით, სასურველია,
დავსვათ შეკითხვები:

- რას უდრის 50 მ-ის 20%? 200%?
- რა რიცხვის 15%-ია 75? 300%-ია 60?
- საქონლის ღირებულება გაიზარდა 50%-ით; 100%-ით. თავდაპირველი ფასის რამდენი პროცენტია ახალი ფასი?
- b რიცხვი c-ზე 200%-ით მეტია. რამდენჯერაა მეტი b რიცხვი c-ზე?
- რას ეწოდება ორი რიცხვის შეფარდება?
- რას გვიჩვენებს შეფარდება $\frac{a}{b}$?

მოსწავლეები ხსნიან პრობლემურ ამოცანას. ჯერ გაიგებენ ვაშლის ხეები ხეხილის რა ნაწილია და მიღებულს ჩაწერენ პროცენტის სახით. თუ გაუჭირდებათ, მაშინ გარჩეული **ამოცანა 1**-ით დავეხმარებით. ყურადღება გავამახვილოთ იმაზე, რომ ორივე ამოცანაში მოსწავლეებმა ჯერ გაიგეს ერთი სიდიდე რა ნაწილია მეორის (ვაშლის, ქლიავის ხეები რა ნაწილია ხეხილის; შაქარი რა ნაწილია ხსნარის), და შემდეგ მიღებული შეფარდება

ჩაწერეს პროცენტის სახით და განვუმარტავთ, რომ ორი რიცხვის შეფარდების პროცენტის სახით ჩანაწერს ვუწოდებთ ორი რიცხვის პროცენტულ შეფარდებას. მნიშვნელოვანია, მოსწავლეებმა გაიაზრონ, რომ ორი a და b რიცხვების პროცენტული შეფარდება $\frac{a}{b} \cdot 100\%$ ნიშნავს, a რიცხვი რამდენი პროცენტია b რიცხვის.

სასურველია, გაკვეთილზე გაირჩეს: №№ 1; 2; 3; 6.

დავალება: №№ 4; 5; 7; 8; 16.

გაკვეთილი 6

გაკვეთილის თემა: ორი რიცხვის პროცენტული შეფარდება.
გაკვეთილის ტიპი: ცოდნის განმტკიცება.
გაკვეთილის მიზანი: პრობლემების გადასაჭრელად პროცენტების გამოყენების უნარის განვითარება. სხვადასხვა სიტუაციებში პრობლების დანახვის უნარის განვითარება.
დაგეგმილი შედეგები: მოსწავლეები განავითარებენ უნარებს, გამოიყენონ ორი რიცხვის პროცენტული შეფარდება ამოცანების ამოხსნისას.
ძირითადი ცნებები: ორი რიცხვის პროცენტული შეფარდება.
აქტივობა: ორგანიზაციული საკითხები. საშინაო დავალების შემოწმება. დავალებიდან გაურკვეველი საკითხების გარჩევა. წინარე ცოდნის გააქტიურების მიზნით, სასურველია,
დავსვათ შეკითხვები:

- 6 რა ნაწილია 9-ის? 12-ის? 24-ის?
- როგორ ვიპოვოთ 5 რამდენი პროცენტია 10-ის? 20-ის? 50-ის
- რას ეწოდება ორი რიცხვის შეფარდება?
- რას გვიჩვენებს შეფარდება $\frac{a}{b}$?
- რას გვიჩვენებს პროცენტული შეფარდება $\frac{a}{b} \cdot 100\%$?

მასწავლებელი, მოსწავლეთა ჩართულობით, დაფაზე ხსნის პარაგრაფში გარჩეულ ამოცანა 2-ს. ამ ტიპის ამოცანების ამოხსნისას მნიშვნელოვანია, მოსწავლემ სწორად განსაზღვროს რომელი სიდიდეა 100%. „კახამ წაიკითხა 40 გვერდით მეტი“. ვასწავლოთ ბავშვებს, დასვან კითხვა: ვისზე (ან რაზე) მეტი? და თავადვე გასცენ პასუხი. ჩვენი ამოცანის შემთხვევაში ეს არის თიკა, თიკაზე მეტი წაიკითხა. მაშასადამე თიკას წაკითხული გვერდების რაოდენობაა 100% და შესაბამისად უნდა ვიპოვოთ 40 რა პროცენტია 80-ის, ანუ თიკას მიერ წაკითხულის. ასევე ბ) შემთხვევაშიც. შეკითხვა: ვისზე ნაკლები წაიკითხა თიკამ? პასუხი კახაზე. მაშასადამე, ამ შემთხვევაში უკვე კახას მიერ წაკითხული გვერდების რაოდენობაა 100%. ამიტომ ახლა უნდა ვიპოვოთ, თუ 40 რამდენი პროცენტია 120-ის.
მოსწავლეები ასრულებენ წყვილებში სამუშაოდ მიცემულ ამოცანებს, თუმცა შესაძლებელია მე-2 შეკითხვაზე გაჟღერდეს არასწორი პასუხებიც. ასეთ დროს კარგი იქნება შეკითხვა: ა) რომელია მეტი a თუ b, თუ ცნობილია, რომ b 30%-ით მეტია a -ზე? ბ) რომელი რიცხვი იქნება მეტი a -ს 30%, თუ b-ს 30%. უკვე იმედია, მიხვდებიან, რომ b-ს აკლდება უფრო დიდი რიცხვი, ვიდრე a-ს დაემატა b-ს მისაღებად.
სასურველია, გაკვეთილზე გაირჩეს: №№ 9; 10; 113; 15.
დაასრულეთ წინადადება:

- ► ორი რიცხვის პროცენტული შეფარდება არის, ამ რიცხვების...
- ► შეფარდება $\frac{a}{b}$ გვიჩვენებს,...
- ► ორი რიცხვის პროცენტული შეფარდება გვიჩვენებს ერთი რიცხვი...

► $\frac{18}{50} \cdot 100\%$, ნიშნავს,...

დავალება: №№ 8; 10; 11; 12; 17.

ამოხსნები და მითითებები:

1. ა) $\frac{12}{50} \cdot 100\% = 24\%$; გ) $\frac{18}{75} \cdot 100\% = 24\%$; ე) $\frac{55}{125} \cdot 100\% = 44\%$.

3. ა) $\frac{3}{100} \cdot 100\% = 3\%$; გ) 1მ = 10 დმ, ამიტომ $\frac{2}{10} \cdot 100\% = 20\%$;
ე) 1ც = 100 კგ, ამიტომ $\frac{25}{100} \cdot 100\% = 25\%$.

4. 1) 1წთ=60 წმ, ამიტომ $\frac{3}{60} \cdot 100\% = 5\%$;
3) 2 სთ=120 წთ; 1 სთ და 15 წთ = 75 წთ, ამიტომ $\frac{7}{120} \cdot 100\% = 62{,}5\%$.

5. შევახსენოთ, რომ ფიგურის პერიმეტრი მისი გვერდების სიგრძეთა ჯამია, ანუ ჩვენს შემთხვევაში პერიმეტრი იქნება $9 + 10 + 17 = 36$ სმ.
იმის გასაგებად 9 სმ 36 სმ-ის რამდენი პროცენტია $\frac{9}{36} \cdot 100\% = 25\%$.

6. გავიგოთ 30 კგ ვაშლის რამდენი პროცენტია 3,6 კგ ჩირი:
$\frac{3{,}6}{30} \cdot 100\% = 12\%$.

7. თავდაპირველი წყლის მასა 2 კგ = 2 000 გ,
200 გ მარილის დამატების შემდეგ 2 000 + 200 = 2 200 გ.
მიღებულ სხნარში მარილის პროცენტული შემცველობაა $\frac{200}{2200} \cdot 100\% = 9\frac{1}{11}\%$.
თუ მასში კიდევ 200 გრამ მარილს შევურევთ ხსნარის საერთო მასა იქნება 2 400 გ, ხოლო მასში მარილის მასა 400 გ, ანუ მარილის კონცენტრაცია $\frac{400}{2400} \cdot 100\% = 16\frac{2}{3}\%$.

დამატებითი კითხვები:

- რამდენი გრამით გაიზარდა ხსნარის საერთო მასა მეორე შემთხვევაში?
- როგორ შეიცვლებოდა კონცენტრაცია, მეორე შემთხვევაში 200 გრამი მარილის ნაცვლად 200 გრამი წყალი რომ დაგვემატებინა?

8. პირველ დღეს პეტრემ წაიკითხა $360 \cdot \frac{1}{6} = 60$ გვერდი. დარჩა $360 - 60 = 300$ გვერდი;
მეორე დღეს – დაჩენილი 300 გვერდის $18\% = 300 \cdot 0{,}18 = 54$ გვერდი და კიდევ 6 გვერდი ანუ სულ $54 + 6 = 60$ გვერდი.

10. 120 წუთი 150 წუთის $\frac{120}{150} \cdot 100\% = 80\%$-ია, ანუ ბარბარემ მიზანი 80%-ით შეასრულა და 20% ვერა.

4. ამოცანები პროცენტებზე

გაკვეთილი 7

გაკვეთილის თემა: ამოცანები პროცენტებზე.
გაკვეთილის ტიპი: ცოდნის განმტკიცება.
გაკვეთილის მიზანი: სხვადასხვა პრობლემის გადასაჭრელად პროცენტის გამოყენების უნარის განვითარება. დაინახოს სხვა დისციპლინებში არსებულ პრობლემურ სიტუაციებში მათემატიკური ამოცანა და მოარგოს მას მათემატიკური მოდელი.
დაგეგმილი შედეგები: მოსწავლეები განავითარებენ უნარებს, გამოიყენონ პროცენტი სხვადასხვა ამოცანების ამოხსნისას.
აქტივობა: ორგანიზაციული საკითხები. საშინაო დავალების შემოწმება. დავალებიდან გაურკვეველი საკითხების გარჩევა. წინარე ცოდნის გააქტიურების მიზნით, სასურველია,
დავსვათ შეკითხვები:
მასწავლებელი დაფაზე მოსწავლეთა ჩართულობით არჩევს პარაგრაფში გარჩეულ ამოცანას. კიდევ ერთხელ ყურადღება, რომ „ფასი გაიზარდა (შემცირდა) 20%-ით“ ნიშნავს: 1. ახალი ფასი ტოლი იქნება ძველ ფასს დამატებული(გამოკლებული) მისივე 20% (მისივე $\frac{1}{5}$ ნაწ.). 2. ახალი ფასი ტოლი იქნება ძველის $100\% + 20\% = 120\%$ ($100\% - 20\% = 80\%$). რა თქმა უნდა, რომელი გზით ამოხსნიან, მათივე გადასაწყეტია. კარგი იქნება, თუ 1-ლი ამოცანის შემდეგ მოცემულ კითხვა-ამოცანაში არა მარტო გამოთქვან მოსაზრება, არამედ გამოთვალონ კიდეც მობილური ტელეფონის საბოლოო ფასი. საინტერესო შედეგს მიიღებენ.
სასურველია, გაკვეთილზე გაირჩეს: №№ 1; 3; 5; 7.
დავალება: №№ 2; 4; 6; 8; 17.

გაკვეთილი 8

გაკვეთილის თემა: ამოცანები პროცენტებზე.
გაკვეთილის ტიპი: ცოდნის განმტკიცება.
გაკვეთილის მიზანი: სხვადასხვა პრობლემის გადასაჭრელად პროცენტის გამოყენების უნარის განვითარება. დაინახოს სხვა დისციპლინებში არსებულ პრობლემურ სიტუაციებში მათემატიკური ამოცანა და მოარგოს მას მათემატიკური მოდელი.
დაგეგმილი შედეგები: მოსწავლეები განავითარებენ უნარებს, გამოიყენონ პროცენტი სხვადასხვა ამოცანების ამოხსნისას.
აქტივობა: ორგანიზაციული საკითხები. საშინაო დავალების შემოწმება. დავალებიდან გაურკვეველი საკითხების გარჩევა. წინარე ცოდნის გააქტიურების შემდეგ მასწავლებელი დაფაზე, მოსწავლეთა ჩართულობით, არჩევს პარაგრაფში გარჩეულ ამოცანებს. წყვილებში სამუშაოდ მოცემული **დავალება 1**-ის შესრულებისას მოსალოდნელია ასეთი პასუხიც: ჩვენ არ ვიცით რომელია მეტი a თუ b, ამიტომ ვერ განვსაზღვრავთ. დავეხმაროთ: მოდით ასე ვიფიქროთ, თუ b ლ ნაკლებად მლაშე (ნაკლებმარილიან) წყალს შევურევთ უფრო მლაშე(უფრო მარილიან) წყალს, როგორი მარილხსნარი მიიღება, უფრო მლაშე, ნაკლებად მლაშე, თუ არაფერი შეიცვლება? პასუხი: უფრო მლაშე. კეთილი, ახლა გავარკვიოთ რამდენად მლაშე. ასეთი შეკითხვა: a ლ 40% ხსნარს შეურიეს ნაკლებად მლაშე მარილხსნარი, როგორი ხსნარი მიიღება? პასუხი: ნაკლებად მლაშე. მასწავლებელი: გაითვალისწინეთ ორივე შეკითხვაზე გაცემული პასუხები და შეეცადეთ პასუხი გასცეთ ამოცანას. მოსწავლეები უკვე მიხვდებიან რომ მიღებული ხსნარის პროცენტული კონცენტრაცია მეტი იქნება 20-ზე და ნაკლები 40-ზე.

სასურველია, მოსწავლეებს დავუსვათ ასეთი შეკითხვები:

1. რით არის მნიშვნელოვანი პროცენტის შემოღება.

2. დაასახელეთ, რა სიტუაციებშია უმჯობესი გამოვიყენოთ პროცენტი და შემთხვევაში არა?

სასურველია, გაკვეთილზე გაირჩეს: №№ 9; 11; 13; 15; 16.
დავალება: №№ 10; 12; 14; 18; მოვემზადოთ შემდეგი გაკვეთილისთვის.

ამოხსნები და მითითებები:

1. 1 500 ლარის 20 % არის $1\,500 \cdot \frac{20}{100} = 300$ (ლარი)

$1\,500 - 300 = 1\,200$ (ლარი გახდა პირველი ფასდაკლების შემდეგ)

$1\,200 \cdot \frac{20}{100} = 240$ (ლარით დაიკლო მეორედ)

$1\,200 - 240 = 960$ (ლარი გახდა საბოლოოდ)

თავდაპირველ ფასთან შედარებით ფასმა დაიკლო: $\frac{1500-960}{1500} \cdot 100\% = 36\%$.

პასუხი: კონდიციონერის საბოლოო ფასია 960 ლარი. თავდაპირველ ფასთან შედარებით 36%-ით შემცირდა.

2. 30 ლ 50%-იან სპირტში სუფთა სპირტის რაოდენობაა $30 \cdot 0{,}5 = 15$ ლ
20 ლიტრ 30%-იან სპირტის ხსნარში: $20 \cdot 0{,}3 = 6$ ლ
ნარევის საერთო მოცულობაა $30 + 20 = 50$ ლიტრი
სუფთა სპირტის საერთო რაოდენობა 15 + 6 = 21 ლ, ამიტომ ნარევის პროცენტულობა იქნება $\frac{21}{50} \cdot 100\% = 42\%$.
პასუხი: 42%.

3. იანვარში გაიყიდა 60 ტორტი, თებერვალში $60 \cdot \frac{25}{100} = 15$ ტორტით მეტი ანუ 60 + 15 = 75 ტორტი. მარტში კი $75 - 75 \cdot \frac{20}{100} = 60$ ტორტი.
ამრიგად, მარტში და იანვარში თანაბარი რაოდენობის ტორტი გაიყიდა.
პასუხი: 0%.

4. ერთი კოვზი შაქრის დამატების შემდეგ ნარევის მასაა 150+10=160 გ, შესაბამისად ნარევში შაქრის პროცენტული შემცველობა იქნება $\frac{10}{160} \cdot 100\% = 6{,}25\%$.
თუ მარიამი მეორე კოვზ შაქარსაც დაიმატებს, მაშინ ნარევის მასა იქნება 160 + 10 = 170 გრამი, ხოლო მასში შაქრის მასა 10 + 10 = 20 გრამი, ანუ შაქრის პროცენტულობა იქნება $\frac{20}{170} \cdot 100\% = \frac{200}{17}\% \approx 11{,}76\%$

5. გამოფენაზე ნატურმორტების რაოდენობაა $50 - (15 + 10) = 25$, ანუ ნატურმორტების პროცენტული წილი იქნება ნახატების მთელი რაოდენობის ნახევარი ანუ 50 %.

6. გაშლილი $\angle AOB = 180°$ კუთხის მესამედი იქნება $\angle COD = 180° : 3 = 60°$, შესაბამისად,
$\frac{180° - 60°}{60°} \cdot 100\% = 200\%$.
პასუხი: 200%-ით.

7. რკინიგზის სიგრძე ამ დროის განმავლობაში გაიზარდა $1575 - 300 = 1275$ კილომეტრით.
ვიპოვოთ საწყისი 300 კიომეტრის რამდენი პროცენტია 1275 კმ
$\frac{1275}{300} \cdot 100\% = 425\%$. პასუხი: 425%-ით.

9. თავდაპირველად სოფიკოსაც და გურამსაც 16-16 გარგარი აქვთ.
სოფიკომ გურამს თავისი გარგარის 50% ანუ 8 გარგარი მისცა, რის შედეგადაც გურამს გაუხდებოდა 16+8=24 გარგარი (ხოლო სოფიკოს დარჩებოდა 8 გარგარი).
ამის შემდეგ გურამმა თავის 24 გარგარის 50% ანუ ნახევარი (12 გარგარი)მისცა სოფიკოს, საბოლოოდ გურამს დარჩებოდა 12 გარგარი, ხოლო სოფიკოს გაუხდებოდა 8+12=20 გარგარი.

ა) სოფიკოს გურამთან შედარებით ექნება $\frac{20-12}{12}\cdot 100\% = 66\frac{2}{3}\%$-ტ მეტი გარგარი

ბ) გურამს სოფიკოსთან შედარებით ექნება $\frac{20-12}{20}\cdot 100\% = 40\%$-ით ნაკლები გარგარი.

!! შეეცადეთ მოსწავლეებს აახსნევინოთ,რატომ არის რომ ერთიდაიგივე სხვაობა 8 გარგარი, ერთ შემთვევაში $66\frac{2}{3}\%$-ია, მეორე შემთხვევაში 40%.

11. გამოიყენეთ მეცხრე ნომერში გამოტანილი დასკვნა.

12. ახალი მოდელის ფასი ძველი მოდელის ფასის 100%+25%=125%-ია.
ვიპოვოთ, რისი 125%-ია 20 000.
$\frac{2\,000}{125}\cdot 100\% = 16\,000$ ლარი. პასუხი: 16 000 ლარი
!! კითხვები მსჯელობისთვის:
ა) ძველი მოდელის ფასი ახალი მოდელის ფასის 75%-ია, თუ ახალი მოდელის ფასი ძველი მოდელის ფასის 125%?
ბ) შეიძლებოდა თუ არა პირდაპირ 20000ლარისთვის გამოგვეკლო მისი 20 %?

15. მიმანიშნებელი კითხვები:
- რამდენი გრამია 2 კგ?
- რამდენი 250 გრამიანი, 500 გრამიანი ან 1 კილოგრამიანი შეფუთვაა საჭირო?
- თითოეულ შემთხვევაში რა თანხა იქნება საჭირო?

ნოე 1 კილოგრამიანი შეფუთვებით თუ შეიძენს, დასჭირდება 2 ცალი შეფუთვის ყიდვა ანუ 2·20=40 ლარი.
2 კგ = 2000 გ ამიტომ 250 გრამიანი შეფუთვებით დასჭირდება 2000: 250 = 8 შეფუთვა, რომლის საერთო ღირებულება იქნება 8·6=48 ლარი. ანუ 1 კილოგრამიან შეფუთვებთან შედარებით $\frac{48-40}{40}\cdot 100\% = 20\%$-ით მეტს.

500-გრამიანი შეფუთვების შეძენის შემთხვევაში საჭიროა 2000: 500 = 4 შეფუთვა, რომლის ჯამური ღირებულება იქნება $4\cdot 11 = 44$ ლარი. 1 კილოგრამიან შეფუთვებთან შედარებით გადაიხდიდა $\frac{44-40}{40}\cdot 100\% = 10\%$-ით მეტს.

17. მიმანიშნებელი კითხვები:
- რამდენია მოსაზღვრე კუთეების გრადუსულ ზომათა ჯამი?
- როგორ განიმარტება კუთხის ბისექტრისა?

$\angle AOC = 180^\circ - \angle BOC = 150^\circ$; $\angle AOK = 150^\circ : 2 = 75^\circ$.
$\frac{30^\circ}{75^\circ}\cdot 100\% = 40\%$
პასუხი: 40 %.

შეამოწმე შენი ცოდნა №1

1. 20-ის 30%-ის და 30-ის 20%-ის ჯამია

ა) 6 ბ) 12 გ) 18 დ) 24

2. 75%=

ა) $\frac{3}{4}$ ნაწილი ბ) $\frac{1}{4}$ ნაწილი გ) $\frac{2}{3}$ ნაწილი დ) $\frac{5}{6}$ ნაწილი

3. ვანომ წიგნის 40 % წაიკითხა, რამდენი ფურცელი დარჩა წასაკითხი თუ წიგნი 190 გვერდიანია?

ა) 76 ბ) 114 გ) 57 დ) 38

4. მართკუთხედის სიგრძე 40 სმ-ია, სიგანე 10 სმ, რამდენი პროცენტით შემცირდება მისი პერიმეტრი, თუ თითოეულ გვერდს 10 %-ის შეამცირებთ?

ა) 40 ბ) 30 გ) 20 დ) 10

5. ანა სამჯერ უფროსია ნანაზე. ნანას წლოვანების რამდენი პროცენტია ანას წლოვანება?

ა) 200% ბ) 300% გ) 100% დ) 33,3%

5. პირდაპირპროპორციული სიდიდეები

გაკვეთილი 9

გაკვეთილის თემა: პირდაპირპროპორციული სიდიდეები.
გაკვეთილის ტიპი: ახალი მასალის ახსნა.
გაკვეთილის მიზანი: გავაცნოთ მოსწავლეებს პირდაპირპროპორციული დამოკიდებულების ცნება; როგორი სიდიდეებია პირდაპირპროპორციული სიდიდეები. ამოიცნონ სიდიდეებს შორის პირდაპირპროპორციული დამოკიდებულება.
დაგეგმილი შედეგები: მოსწავლეები ისწავლიან პირდაპირპროპორციული სიდიდეების ამოცნობას.
ძირითადი ცნებები: პირდაპირპროპორციული დამოკიდებულება; პირდაპირპროპორციული სიდიდეები.
აქტივობა: ორგანიზაციული საკითხები. საშინაო დავალების შემოწმება. დავალებიდან გაურკვეველი საკითხების გარჩევა. წინარე ცოდნის გააქტიურების მიზნით, სასურველია,
დავსვათ შეკითხვები:

- რას ეწოდება პროპორცია? მოიყვანეთ შესაბამისი მაგალითები;
- რა ეწოდება პროპორციის წევრებს;
- დაასახელეთ $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ პროპორციის კიდურა წევრები; შუა წევრები;
- ჩამოაყალიბეთ პროპორციის ძირითადი თვისება.

მოსწავლეები იწყებენ პრობლემური ამოცანის ამოხსნას. ყურადღება გავამახვილოთ იქვე დასმულ შეკითხვებზე. დავალების შესრულების შემდეგ ჩავეკითხოთ: აბა, დააკვირდით მიღებულ შედეგებს და უპასუხეთ როგორაა დამოკიდებული კვადრატის ფართობის ცვლილება

მისივე გვერდის ცვლილებაზე? პასუხი: რამდენჯერაც გაიზარდა გვერდი, იმდენჯერ გაიზარდა ფართობიც... ამის შემდეგ მოსწავლეთა ჩართულობით განვიხილოთ ამოცანა მოძრაობაზე. მათივე დახმარებით შევადგინოთ ცხრილიც. მოსწავლეები დაინახავენ, რომ ამ შემთხვევაშიც ორ სიდიდეს შორის, კონკრეტულად, მოძრაობის დროსა და ამ დროში გავლილ მანძილს შორის იგივე დამოკიდებულებაა – რამდენჯერაც გაიზრდება (შემცირდება) მოძრაობის დრო, იმდენჯერ გაიზრდება (შემცირდება) გავლილი მანძილიც. აქ კი უკვე შემოგვაქვს სიდიდეებს შორის პირდაპირპროპორციული დამოკიდებულების ცნება. ყურადღება მივაქციოთ, რომ მოსწავლეებმა იცოდნენ როგორი სიდიდეებია პირდაპირპროპორციული სიდიდეები, ასევე იცოდნენ პირდაპირპროპორციული სიდიდეების თვისება (საზოგადოდ ფონში ჩასმული წინადადებები), მოსწავლეები პარაგრაფში გარჩეული მაგალითი 1-ით ისწავლიან ცხრილის შევსებას.

სასურველია, გაკვეთილზე გაირჩეს: №№ 1(ა,ბ); 2; 4; 5.

დავალება: №№ 1 (გ, დ); 3; 6; 7.

გაკვეთილი 10

გაკვეთილის თემა: პირდაპირპროპორციული სიდიდეები.

გაკვეთილის ტიპი: ცოდნის განმტკიცება.

გაკვეთილის მიზანი: განუვითარდეთ, პირდაპირპროპორციული სიდიდეების გამოყენების უნარი ამოცანების ამოხსნისას.

დაგეგმილი შედეგები: მოსწავლეები ისწავლიან პირდაპირპროპორციული სიდიდეების საშუალებით ამოცანების ამოხსნას.

ძირითადი ცნებები: პირდაპირპროპორციული დამოკიდებულება; პირდაპირპროპორციული სიდიდეები.

აქტივობა: ორგანიზაციული საკითხები. საშინაო დავალების შემოწმება. დავალებიდან გაურკვეველი საკითხების გარჩევა. წინარე ცოდნის გააქტიურების მიზნით, სასურველია,

დავსვათ შეკითხვები:

- როგორ სიდიდეებს ეწოდება პირდაპირპროპორციული სიდიდეები?
- მოიყვანეთ პირდაპირპროპორციული სიდიდეების მაგალითები.
- როგორი დამოკიდებულება არსებობს პირდაპირპროპორციული სიდიდეების შესაბამის მნიშვნელობათა შორის?
- როგორ გესმით „რუკის მასშტაბია 1: 5 000 000“?
- ჩამოაყალიბეთ პროპორციის ძირითადი თვისება.

დაფაზე ირჩევა პარაგრაფში გარჩეული **მაგალითი 2.** მოსწავლეთა ყურადღებას მივაპყრობთ იმ ფაქტზე, რომ კარაქის რაოდენობასა და მასში ცხიმის რაოდენობას შორის პირდაპირპროპორციული დამოკიდებულებაა – რაც მეტია კარაქის რაოდენობა, მით მეტი ცხიმია მასში. შედგენილი პროპორცია იხსნება პროპორციის ძირითადი თვისების გამოყენებით.

კლასი მოვამზადოთ №8 ამოცანის ამოსახსნელად. მასწავლებელი: სად, რა სიტუაციაშია საჭირო მასშტაბის გამოყენება? პასუხი: როცა ვხაზავთ რაიმე ადგილის, მაგ., ნაკვეთის გეგმას, ასევე რუკაზე, ...; მასწავლებელი: როგორი დამოკიდებულება არსებობს რუკაზე ნებისმიერ ორ პუნქტს შორის მანძილსა და იმავე პუნქტებს შორის რეალურ მანძილს შორის? პასუხი: პირდაპირპროპორციული; მასწავლებელი: მაშ, რა არის მასშტაბი?

პასუხი: მასშტაბი არის რუკაზე მოცემულ ორ წერტილს შორის მანძილისა და მათ შორის რეალური მანძილის შეფარდება.

მასწავლებელი: თუ ორ პუნქტს შორის მანძლი რუკაზე 10 სმ-ია, ხოლო მათ შორის რეალური

მანძილი100 მ, რა იქნება მასშტაბი: პასუხად მოსალოდნელია: 10:100, ანუ 1:10, გაჟღერდება ასევე სწორი პასუხიც, 10:10000, გამარტივების შემდეგ 1:1000 (1 სმ-ში 1000 სმ).

სასურველია, გაკვეთილზე გაირჩეს: №№8; 9; 11; 13.

დაასრულეთ წინადადება:

- ► a და b რიცხვების განაყოფს უწოდებენ,...
- ► პროპორცია ეწოდება...
- ► ორ სიდიდეს პირდაპირპროპორციული თუ ერთის რანდენჯერმე გადიდებით (შემცირებით), მეორე...
- ► პირდაპირპროპორციულ სიდიდეთა შესაბამისი მნიშვნელობების...
- ► პირდაპირპროპორციული სიდიდეებია: ა) სხეულის სიჩქარე და.....; ბ) მუშახელის რაოდენობა და....; გ) მოძრაობის დრო და....

დავალება: №№ 10; 12; 14; 15.

ამოხსნები და მითითებები:

2. ერთი კილოგრამი კივის ფასის გასაგებად 5,1: 3 = 1,7 ლარი, ანუ 2,5 კგ კივი ეღირება 2,5 · 1,7 = 4,25 ლარი.

3. ავტომობილი მოძრაობს 90 კმ/სთ სიჩქარით ნიშნავს, რომ ყოველ საათში გადის 90 კილომეტრს, ამასთან მგზავრობის დროსა და გავლილ მანძილს შორის პირდაპირპროპორციული დამოკიდებულებაა, ამიტომ:
ა) ნახევარ საათში გაივლის 90: 2 = 45 კილომეტრს
ბ) 2,5 სთ-ში გაივლის 90·2,5=225 კილომეტრს
გ) 20 წუთში (საათის მესამედში) კი – 90: 3 = 30 კილომეტრს

4. 9: 6 = 1,5 დეტალს დაამზადებს 1,5-ჯერ მეტ დროში, ანუ 14·1,5=21 წუთში.

5. 1 ბოთლი მინერალური წყალი ღირს 6 : 5 = 1,2 ლარი, ხოლო 18 ლარად შეძლებთ 18:1,2=15 ბოთლი წლის ყიდვას.

7. ორცხობილების რაოდენობის გაზრდასთან ერთად პირდაპირპროპორციულად გაიზრდება საჭირო ინგრედიენტების რაოდენობაც, ამიტომ ჯერ ვიპოვოთ რამდენჯერ მეტია 15 ორცხობილა 6 ორცხობილაზე: 15:6=2,5 (ჯერ)
ამიტომ თითოეული ინგრედიენტის რაოდენობაც უნდა გავზარდოთ 2,5-ჯერ. შესაბამისად ფქვილი: 300·2,5=750 გ, ხოლო შაქარი – 150·2,5=375 გ

8. რუკის მასშტაბი 1:1000000 ნიშნავს, რომ რუკაზე 1 სმ შესაბამება რეალურ სივრცეში 1000000 სმ-ს ანუ 10 კმ-ს (ან რეალური მანძილი შემცირებულია 1000000-ჯერ).
ა) თბილისსა და ბათუმს შორის პირდაპირი 260 კმ, მოცემულ რუკაზე იქნება 260:10=26 სმ
ბ) თელავი-თბილისი რეალური მანძილი იქნება 9,5·10=95 კმ

9. კიდევ ერთხელ გაამახვილეთ ყურადღება მასშტაბის შინაარსზე, არსზე 85 კმ=8500000 სმ ანუ მოცემული რუკის მასშტაბი იქნება 8,5: 8500000=1:1000000
(ე.ი. რეალური მანძილი ამ რუკაზე 1000000-ჯერ შემცირებულია ასახული).

11. ველოსიპედისტი ყოველ საათში გადის 14:2=7 კილომეტრს, ამიტომ იმავე სიჩქარით 3

საათში ივლის 3·7=21 კილომეტრს.
იმავე სიჩქარით 1,5 საათში გაივლის 1,5·7=10,5 კილომეტრს, ხოლო 2ჯერ მეტი სიჩქარით 10,5·2=21 კილომეტრს.

12. რადგან დროის და პრინტერების ზრდა პირდაპირპროპორციულად გაზრდის დაბეჭდილი გვერდების რაოდენობას, ამიტომ 18: 4=4,5 (ჯერ გაიზარდა დრო)
2 პრინტერი 18 წუთში დაბეჭდავს 42·4,5·2=378 გვერდს.

13. 1 საათში I ტუმბო ავსებს აუზის $\frac{1}{12}$ ნაწილს, II ტუმბო – $\frac{1}{15}$ ნაწილს, ხოლო III ტუმბო – $\frac{1}{20}$ ნაწილს, ამიტომ სამივე ტუმბო ერთად 1 საატში აავსებს აუზის
$\frac{1}{12}+\frac{1}{15}+\frac{1}{20}=\frac{12}{60}=\frac{1}{5}$ ნაწილს,
ე.ი. მთელი აუზის ასავსებად სამივე ტუმბოს ერთად დასჭირდება 5 საათი.

6. რიცხვის დაყოფა მოცემული რიცხვების პროპორციულ ნაწილებად

გაკვეთილი 11

გაკვეთილის თემა: რიცხვის დაყოფა მოცემული რიცხვების პროპორციულ ნაწილებად.
გაკვეთილის ტიპი: ახალი მასალის ახსნა.
გაკვეთილის მიზანი: განავითარონ უნარები, როგორ დაყონ რიცხვი მოცემული რიცხვების პროპორციული ნაწილებად.
დაგეგმილი შედეგები: მოსწავლეები ისწავლიან რიცხვის დაყოფას მოცემული შეფარდებით.
ძირითადი ცნებები: რიცხვის დაყოფა მოცემული რიცხვების პროპორციულ ნაწილებად.
აქტივობა: ორგანიზაციული საკითხები. საშინაო დავალების შემოწმება. დავალებიდან გაურკვეველი საკითხების გარჩევა. წინარე ცოდნის გააქტიურების მიზნით, სასურველია,
დავსვათ შეკითხვები:

- რა არის მასშტაბი?
- რა შემთხვევაშია მასტაბი 1-ზე ნაკლები? მოიყვანეთ მაგალითები;
- შესაძლებელია თუ არა მასშტაბი იყოს 1-ზე მეტი? მოიყვანეთ შესაბამისი მაგალითი;
- როგორ გესმით „ორ სიდიდეს შორის არსებობს პირდაპირპროპორციული დამოკიდებულება“;
- როგორ სიდიდეებს ეწოდება პირდაპირპროპორციული სიდიდეები;
- როგორი დამოკიდებულება არსებობს პირდაპირპროპორციული სიდიდეების შესაბამის მნიშვნელობათა შორის.

მოსწავლეები მუშაობენ პრობლემურ ამოცანაზე. მოსალოდნელია, შემოგვთავაზონ ამოხსნის ასეთი გზა: სულ მოქსოვეს 12 ხალიჩა, ერთ ხალიჩაში გადაუხდიდნენ 1500:12=125₾-ს. პირველი მიიღებდა: 7 · 125 = 875₾, მეორე – 625₾-ს. რა თქმა უნდა ამოხსნა მისაღებია. ვიწყებთ დაფაზე პარაგრაფში გარჩეული ამოცანის ამოხსნას, მოსწავლეთა ჩართულობით. ვაჩვენებთ, თუ რას ნიშნავს, დავყოთ რიცხვი მოცემული რიცხვების პროპორციულ ნაწილებად. სასურველია, მოსწავლეებს განვუმარტოთ, რომ რიცხვის დაყოფა მოცემული რიცხვების პროპორციულ ნაწილებად იგივეა, რაც რიცხვის დაყოფა მოცემული შეფარდებით. შევეხოთ მათ მიერ გარჩეულ პრობლემური ამოცანის ამოხსნას. მასწავლებელი: როგორი დამოკიდებულება არსებობს მქსოველების მიერ შესრულებულ სამუშაოსა და მიღებულ ანაზღაურებას შორის? პასუხი: პირდაპირპროპორციული. მასწავლებელი: მაშასადამე რა

რიცხვების პროპორციულად უნდა განაწილდეს მქსოველებზე გაცემული თანხა? პასუხი: 7-ის და 5-ის.
პარაგრაფში მოცემული მაგალითი1-ის გარჩევისას ყურადება მივაქციოთ, რომ შეფარდების წევრების შეცვლა მთელი რიცხვებით არის არა აუცილებელი, მაგრამ სასურველი მოქმედება. რატომ? იმიტომ, რომ მთელ რიცხვებზე მოქმედებები გაცილებით მარტივია, ვიდრე წილადებზე (თან მცირდება შეცდომის დაშვების ალბათობაც).
სასურველია, გაკვეთილზე გაირჩეს: №№ 1(ა, გ); 2 (ა); 4; 7.
დავალება: №№ 1; 2; 3; 5; 8.

გაკვეთილი 12

გაკვეთილის თემა: რიცხვის დაყოფა მოცემული რიცხვების პროპორციულ ნაწილებად.
გაკვეთილის ტიპი: ცოდნის განმტკიცება.
გაკვეთილის მიზანი: განავითარონ იმ პრობლემების გადაჭრის უნარი, რომლებშიც გამოიყენება რიცხვის დაყოფა მოცემული შეფარდებით.
დაგეგმილი შედეგები: მოსწავლეები ისწავლიან იმ ამოცანების ამოხსნას, რომლებშიც საჭიროა გამოიყენოს რიცხვის დაყოფა მოცემული შეფარდებით.
ძირითადი ცნებები: რიცხვის დაყოფა მოცემული რიცხვების პროპორციულ ნაწილებად.
აქტივობა: ორგანიზაციული საკითხები. საშინაო დავალების შემოწმება. დავალებიდან გაურკვეველი საკითხების გარჩევა. წინარე ცოდნის გააქტიურების მიზნით, სასურველია,
დავსვათ შეკითხვები:

- როგორ დავყოთ რიცხვი მოცემული რივხვების პროპორციულ ნაწილებად?
- რას ნიშნავს, რომ მასშტაბია 1:50000? 15:1?
- თუ რუკის 5 სმ-ში იგულისხმება რეალური 50 კმ, მაშინ როგორ ვიპოვოთ ამ რუკის მასშტაბი?
- როგორ გესმით „ორ სიდიდეს შორის არსებობს პირდაპირპროპორციული დამოკიდებულება“?
- როგორ გესმით „მოცემული რიცხვი დავყოთ შეფარდებით 2: 5; 3: 2“?

მოსწავლეები მუშაობენ წყვილებში სამუშოდ განკუთვნილ ამოცანაზე.
სასურველია, გაკვეთილზე გაირჩეს: №№ 9; 12; 13; 15.
№15-ის ამოხსნა ალბათ, გაუჭირდებათ. სასურველია, დავსვათ შეკითხვები. მასწავლებელი: რას ნიშნავს $\frac{m}{n}=\frac{3}{4}$ და $\frac{n}{p}=\frac{3}{5}$.

პასუხი: პირველ შეფარდებაში m რიცხვი 3 ნაწილია, n კი – 4 ნაწ. ხოლო მეორეში n არის 4 ნაწ. p – 5 ნაწ. მასწ. – რადგან n რიცხვი ერთ შემთხვევაში 4 ნაწილია, მეორეში კი 3 ნაწილი, ამიტომ საჭიროა n -ის წილი ორივე შეფარდებაში გავათანაბროთ. გვაქვს $\frac{m}{n}=\frac{3}{4}$, $\frac{n}{p}=\frac{3}{5}$.
მასწ. როგორ გამოვიყენოთ წილადის ძირითადი თვისება, ისე, რომ ორივე შეფარდებაში n რიცხვის წილი ერთი და იგივე იყოს? პასუხი: რადგან უ.ს.ჯ.(3;4) = 12, ამიტომ პირველ შეფარდებაში მრიცხველიცა და მნიშვნელიც გავამრავლოთ 3-ზე მეორეში კი 4-ზე.
მივიღებთ; $\frac{m}{n}=\frac{9}{12}$, $\frac{n}{p}=\frac{12}{20}$.

ამის შემდეგ მოსწავლეები შემოიტანენ აღნიშვნას:
$m=9x$, $n=12x$, $p=20x$. $m:n:p=9:12:20$.
დავალება: №№ 10; 11; 14; 16; 17.

ამოხსნები და მითითებები:
1. ა) აღვნიშოთ ნაწილები 2x da 3x-ით, მაშინ 2x+3x=20 საიდანაც x=4, ანუ პირველი რიცხვი

იქნება $2 \cdot 4 = 8$, მეორე კი $3 \cdot 4 = 12$ პასუხი: 8 და 12

დ) წილადის ძირითადი თვისებით შეფარდება არ შეიცვლება, თუ თითოეულ რიცხვს გავამრავლებთ ნულისგან განსხვავებულ ერთიდაიგივე რიცხვზე, ანუ $\frac{7}{12} : \frac{3}{4} : \frac{1}{2} = \frac{7}{12} : \frac{9}{12} : \frac{6}{12} = 7 : 9 : 6$.

შესაბამისად 154 უნდა დავყოთ 7:9:6 შეფარდებით
$7 + 9 + 6 = 22$, $154 : 22 = 7$ (ერთი წილის მნიშვნელობა), ანუ თითოეული წევრი იქნება
$7 \cdot 7 = 49$, $9 \cdot 7 = 63$, $6 \cdot 7 = 42$. პასუხი: 49; 63; 42.

2. ა) პირველ შეფარდებაში $a:b = 2:5$,
მეორე შფარდებაში $b:c = 5:7$
რადგან ორივე შეფარდებაში b 5 წილია, დამატებითი გარდაქმნა საჭირო აღარ არის და პირდაპირ ვაერთიანებთ $a:b:c = 2:5:7$ პასუხი: 2:5:7

3. სამკუთხედის გვერდები აღვნიშნოთ 4x, 6x, 9x-ით, შესაბამისად მისი პერიმეტრი
$4x+6x+9x = 11{,}4$ საიდანაც $x = 0{,}6$ (დმ).
მაშინ სამკუთედის უდიდესი გვერდის სიგრძე იქნება $9 \cdot 0{,}6 = 5{,}4$ დმ.
პასუხი: 5,4 დმ.

4. წილადის ძირითადი თვისების გათვალისწინებით, შეფარდება არ შეიცვლება, თუ თითოეულ წევრს გავამრავლებთ ნულისგან განსხვავებულ ერთიდაიგივე რიცხვზე, ანუ

ა) $\frac{2}{3} : 1 : 2 = 2 : 3 : 6$ ბ) $\frac{1}{2} : \frac{2}{3} : \frac{3}{4} = 6 : 8 : 9$

დამატებითი კითხვები:

- რა რიცხვზე გავამრავლეთ თითოეული შემთხვევა და რატომ?
- შეიძლებოდა თუ არა სხვა ნატურალური რიცხვების შეფარდებით გამოგვესახა იგივე პროპროცია?
- რა რიცხვზე უნდა გავამრავლოთ, რომ ნატურალური რიცხვების შეფარდების სახით წარმოვადგინოთ?

5. ჯგუფების დახარჯული დროების შეფარდებაა $45:75 = 3:5$,
$16000 : 8 = 2000$ ქულა
პირველი ჯგუფი მიიღებს $3 \cdot 2000 = 6000$; მეორე ჯგუფი $5 \cdot 2000 = 10000$ ქულას.
პასუხი: 6000; 10000.

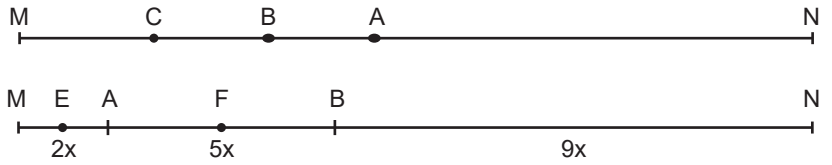
6. წილადის შეკვეცა მრიცხველის და მნიშვნელის პროპორციულ შეცვლას გულისხმობს, ამიტომ $121:11 = 11$, შესაბამისად თავდაპირველი წილადის მრიცხველი $3 \cdot 11 = 33$ ყოფილა.
პასუხი: 33.

7. $4+1 = 5$ (წილი); $115:5 = 23$ (ერთი წილის შესაბამისი მასა),
ანუ ზარის დასამზადებლად საჭიროა $23 \cdot 4 = 92$ კგ სპილენძი და $23 \cdot 1 = 23$ კგ კალა.
საჭირო სპილენძის ღირებულება $92 \cdot 23 = 2116$ ლარი.
საჭირო კალის ღირებულება $23 \cdot 70 = 1610$ ლარი, ანუ ზარის დასამზადებლად საჭირო ლითონის ღირებულებაა $2116+1610 = 3726$ ლარი.

10. აღვნიშნოთ კვადრატების გვერდების სიგრძეები 3x და 7x-ით, მაშინ პირველიკვადრატის პერიმეტრი იქნება $3x \cdot 4 = 12x$, ხოლო მეორე კვადრატის პერიმეტრი $7x \cdot 4 = 28x$, შესაბამისად

მათი პერიმეტრების შეფარდება იქნება $12x : 28x = 3 : 7$.
გაახსენეთ კვადრატის ფართობის დათვლის წესი და დაეხმარეთ მათი შეფარდება დააკავშირონ გვერდების შეფარდებას.

11.



$MA \equiv 2x$; $AB \equiv 5x$; $BN \equiv 9x$; $ME = EA = x$; $AF = FB = 2{,}5x$;
$EF = x + 2{,}5x = 3{,}5x = 7$, საიდანაც $x = 2$ (სმ), ანუ უდიდესი ნაწილი $BN = 9x = 18$ სმ.
პასუხი: 18 სმ

14. 210 კილოგრამიან თითბრის ზოდში თუ 123 კგ სპილენძია, მაშინ $210 - 123 = 87$ კგ თუთიაა. ანუ სპილენძის და თუთიის შეფარდებაა $123:87=41:29$.
პასუხი: $41:29$.

17. რადგან $a>b$ და $\frac{1}{b} > \frac{1}{a}$ აქედან ვასკვნით, რომ a და b ერთნაირნიშნიანია. ანალოგიურად, c და d ერთნაირნიშნიანია. ხოლო რადგან $a>d$ და $\frac{1}{a} > \frac{1}{d}$ ნიშნავს, რომ a და d სხვადასხვა ნიშნიანია.
პირობის თანახმად $a>b>c>d$ ე.ი. $a > 0$; $b > 0$; $c < 0$; $d < 0$ და ცხადია $a \cdot b \cdot c \cdot d > 0$.

7. უკუპროპორციული დამოკიდებულება

გაკვეთილი 13

გაკვეთილის თემა: უკუპროპორციული დამოკიდებულება.

გაკვეთილის ტიპი: ახალი მასალის ახსნა.

გაკვეთილის მიზანი: გავაცნოთ მოსწავლეებს უკუპროპორციული დამოკიდებულების ცნება; როგორი სიდიდეებია უკუპროპორციული სიდიდეები. ამოიცნონ სიდიდეებს შორის უკუპროპორციული დამოკიდებულება.

დაგეგმილი შედეგები: მოსწავლეები ისწავლიან უკუპროპორციული სიდიდეების ამოცნობას.

ძირითადი ცნებები: უკუპროპორციული დამოკიდებულება; უკუპროპორციული სიდიდეები.

აქტივობა: ორგანიზაციული საკითხები. საშინაო დავალების შემოწმება. დავალებიდან გაურკვეველი საკითხების გარჩევა.

დაფაზე დავხაზოთ მართკუთხედი. წინარე ცოდნის გააქტიურების მიზნით, სასურველია, **დავსვათ შეკითხვები:**

- რას უდრის მართკუთხედის ფართობი? – პასუხი: მისივე სიგრძისა და სიგანის ნამრავლს.
- თუ მართკუთხედის სიგრძეს გაიზრდება, მაგრამ სიგანე იგივე დარჩება, როგორ შეიცვლება ფართობი? პასუხი დაასაბუთეთ. – პასუხი: ფართობიც იმდენჯერვე გაიზრდება, რადგან თანამამრავლის რამდენჯერმე გაზრდა, იწვევს ნამრავლის იმდენჯერვე გაზრდას
- როგორი დამოკიდებულება არსებობს მართკუთხედის გერდის სიგრძესა და ფართობს შორის?

- როგორ შეიცვლება მართკუთხედის სიგრძე, თუ სიგანე შემცირდება, პერიმეტრი კი იგივე დარჩება? – პასუხი: გაიზრდება,
- არის თუ არა მართკუთხედის გვერდის სიგრძესა და პერიმეტრს შორის პირდა-პირპროპორციული დამოკიდებულება? – პასუხი: არა, რადგან შესაკრების გაზრდით ჯამი იმდენჯერვე არ იზრდება.

დაფაზე მოსწავლეთა ჩართულობით განვიხილოთ ამოცანა, როგორ შეიცვლება მართკუთხედის სიგრძე, თუ სიგანეს გავზრდით (შევამცირებთ) რამდენჯერმე, ხოლო ფართობს უცვლელს დავტოვებთ. სასურველია, შევადგინოთ შესაბამისი ცხრილიც. მოსწავლეები დაინახავენ, რომ სიგანის რამდენჯერმე გაზრდით (შემცირებით), სიგრძეც იმდენჯერვე შემცირდება(გაიზრდება). და უკვე შეგვიძლია შემოვიტანოთ უკუპროპორციულ სიდიდეთა განმარტება. მოსწავლეებს ყურადღება მივაქცევინოთ, რომ უკუპროპორციული დამოკიდებულების დროს შესაბამის სიდიდეთა ნამრავლები ტოლია.

პარაგრაფში გარჩეული **ამოცანა 2**-ის განხილვით მოსწავლეები განივითარებენ ამოცანაში უკუპროპრციულ სიდიდეთა ამოცნობის უნარს. შეძლებენ დაასახელონ უკუპროპორციულ სიდიდეთა წყვილები: მუშაობაზე დახარჯული დრო და მუშახელის რაოდენობა; მოძრაობის დრო და სიჩქარე; მართკუთხედის სიგრძე და მისივე სიგანე;...

წყვილებში სამუშაოდ განკუთვნილი სავარჯიშოს შესრულებით განიმტკიცებენ ახალ მასალას.

სასურველია, გაკვეთილზე გაირჩეს: №№ 1; 5; 6; 7.

დავალება: №№ 2; 3; 4; 8; 16.

გაკვეთილი 14

გაკვეთილის თემა: უკუპროპორციული დამოკიდებულება.

გაკვეთილის ტიპი: ცოდნის განმტკიცება.

გაკვეთილის მიზანი: განუვითარდეთ,ამოცანების ამოხსნისას უკუპროპორციული სიდიდეების გამოყენების უნარი.

დაგეგმილი შედეგები: მოსწავლეები ისწავლიან უკუპროპორციული სიდიდეების საშუალებით ამოცანების ამოხსნას.

ძირითადი ცნებები: უკუპროპორციული დამოკიდებულება; უკუპროპორციული სიდიდეები

აქტივობა: ორგანიზაციული საკითხები. საშინაო დავალების შემოწმება. დავალებიდან გაურკვეველი საკითხების გარჩევა. წინარე ცოდნის გააქტიურების მიზნით, სასურველია,

დავსვათ შეკითხვები:

როგორ სიდიდეებს ეწოდება უკუპროპორციული სიდიდეები?

მოიყვანეთ უკუპროპორციული სიდიდეების მაგალითები.

როგორი დამოკიდებულება არსებობს უკუპროპორციული სიდიდეების შესაბამის მნიშვნელობათა შორის?

როგორ შეიცვლება სამუშაოს შესასრულებლად გამოყოფილი დრო, თუ მუშახელის რაოდენობა გაიზრდება 1,5-ჯერ.

თუ ერთი ხელოსანი ორ კვირაში ამზადებს 8 სკამს, მაშინ ორი ხელოსანი.

რამდენ დღეში შეძლებს 8 სკამის დამზადებას?

დაფაზე მოსწავლეთა ჩართულობით განვიხილოთ ამოცანა 3, ამ ამოცანის ამოხსნისას მთავარია, რომ ამოცანა დაიყოს ორ ქვეამოცანად, რომელთა ცალ-ცალკე ამოხსნა მოსწავლეებს არ გაუჭირდებათ.

მასწავლებელი: რა და რა სიდიდეებია ამოცანაში? პასუხი: ამოცანაში სამი სიდიდეა: მუშახელის რაოდენობა, შესასრულებელი სამუშაო და დრო. მასწავლებელი:მოდით 1-ლ ქვეამოცანაში ამ ორი სიდიდიდან, მუშახელის რაოდენობა და შესასრულებელი სამუშაო, ერთ-ერთი დავტოვოთ უცვლელი – ეს იყოს შესასრულებელი სამუშაო. და დაფაზე დავწეროთ

შესაბამისი სქემა. მასწავლებელი: როგორი დამოკიდებულება არსებობს დანარჩენ ორ სიდიდეს (მუშახელსა და დროს) შორის? პასუხი: „რაც მეტი მუშა იქნება, მით უფრო სწრაფად შესრულდება სამუშაო“. ე.ი. უკუპროპორციული. მოსწავლეები იპოვიან დროის შესაბამის მნიშვნელობას, ე.ი. უკვე ვიცით, რომ 5 ხელოსანი 1,2 თვეში ამზადებს 5 მაგიდას. ახლა საჭიროა გავიგოთ 5ხელოსანი 25 მაგიდას რა დროში დაამზადებს. იწერება ახალი სქემა. მოსწავლეები ხედავენ, რომ ამ შემთხვევაში ხელოსანთა რაოდენობაა მუდმივი.

მასწავლებელი: როგორი დამოკიდებულებაა სამუშაოს რაოდენობასა და მასზე დახარჯულ დროს შორის? პასუხი: პირდაპირპროპორციული (რაც დიდხანს ვმუშაობთ, მით მეტს ვაკეთებთ) და ა.შ. სასურველია, თუ მოსწავლეები პასუხს გაცემენ ამოცანის ბოლოს დასმულ კითხვა-ამოცანას. ამით განამტკიცებენ ასეთი ამოცანის ამოხსნის უნარებს.

სასურველია, გაკვეთილზე გაირჩეს: №№ 10; 12; 14; 17.

დაასრულეთ წინადადება:

- ორ სიდიდეს უკუპროპორციული ეწოდება, თუ ერთი სიდიდის რამდენჯერმე გადიდებით (შემცირებით), მეორე სიდიდე.....
- თუ ორი სიდიდე უკუპროპორციულია, მაშინ მათი შესაბამისი მნიშვნელობების...
- მოცემული სამი სიდიდიდან: სხეულის სიჩქარე, დრო და გავლილი მანძილი – უკუპროპორციული სიდიდეებია:....
- მოცემული სამი სიდიდიდან: პროდუქტის ერთეულის ფასი, შეძენილი პროდუქტის რაოდენობა და შეძენილი პროდუქტის მთლიანი ღირებულება – უკუპროპორციული სიდიდეებია....

დავალება: №№ 11; 13; 15; 16.

ამოხსნები და მითითებები:

3. ადვილი შესამჩნევია, რომ მუშების რაოდენობასა და საჭირო დროს შორის უკუპროპორციული დამოკიდებულებაა, ანუ ორჯერ მეტი მუშა ორჯერ სწრაფად დაასრულებს სამუშაოს 20:2=10 დღე
პასუხი: 10 დღე

4. ერთი კომბაინი მოსავალს აიღებს 6·15=90 დღეში, 9 დღეში მოსავლის აღებას 90:9=10 კომბაინი სჭირდება, ამიტომ 10-6=4 კომბაინის დამატებაა საჭირო
პასუხი: 4 კომბაინი

5. თბილისიდან სარფამდე მანძილის გასაგებად $80 \cdot 5 = 400$ კმ, ამიტომ თუ ამ მანძილს ავტომობილი 100 კმ/სთ სიჩქარით გაივლის, დასჭირდებოდა $400 : 100 = 4$ სთ
პასუხი: 4 სთ

6. გიორგიმ ფეხით 4 კმ/სთ სიჩქარით 6 სთ იარა, ანუ ამ დროში გაივლიდა 6·4=24 კილომეტრს. გზის მეორე ნახევარი ანუ ისევ 24 კილომეტრი ველოსიპედით 2 საათში დაფარა, შესაბამისად ამ დროს მისი სიჩქარე 24 : 2=12 კმ/სთ ყოფილა
პასუხი: 12 კმ/სთ

დამატებითი კითხვები:

- რა დრო დასჭირდებოდა მთელი გზა ფეხით რომ ემოძრავა?
- რამდენჯერ ნაკლებ დროს დახარჯავდა მთელ გზას ველოსიპედით თუ გაივლიდა?

7. 4 ტონა ტვირთმზიდაობის 24 მანქანა სულ გადაიტანს 24·4=96 ტონა ტვირთს.
ამ ტვირთის გადასატანად 6 ტონა ტვირთმზიდაობის 96:6=16 მანქანა იქნება საჭირო
პასუხი: 16 მანქანა

10. 8 (ძველ) პრინტერს 400 გვერდის დასაბეჭდად დასჭირდება $3 \cdot 2 = 6$ წუთი
5 (ძველ) პრინტერს კი – $8 \cdot 6 : 5 = 9{,}6$ წთ.
5 ახალი პრინტერი 20 %-ით სწრაფია, ანუ 1,2-ჯერ ნაკლები დრო დასჭირდება $9{,}6 : 1{,}2 = 8$ წთ
პასუხი: 8 წთ

12. ერთი საწნახელით 5 ტონა მოსავალს მიხო პაპა დაწურავს $2{,}5 \cdot 10 = 25$ საათში. 2 საწნახელით ორჯერ სწრაფად მოახერხებს ანუ $25 : 2 = 12{,}5$ საათში.
პასუხი: 12,5 სთ

13. აღნიშნეთ, რომ სიჩქარესა და დროს შორის უკუპროპორციული დამოკიდებულებაა, ხოლო გასავლელ მანძილს და დროს შორის პირდაპირპროპირციული დამოკიდებულება, შესაბამისად $3 : 2 \cdot 3 = 4{,}5$ სთ.
პასუხი: 4,5 სთ

16. აქ ნახაზის ფოტოს ჩაგიგდებთ მაია
ვიცით, რომ $MA : AN = 1 : 2$, ე.ი. $MA = \frac{1}{3} MN$, ანალოგიურად
$MB = \frac{1}{4} MN$ და $MC = \frac{1}{5} MN$.

ა) $AB = MA - MB = \frac{1}{12} MN$; $BC = MB - MC = \frac{1}{20} MN$, ამიტომ $AB : BC = \frac{1}{12} : \frac{1}{20} = 5 : 3$.
პასუხი: 5 : 3.

ბ) $CN = MN - MC = \frac{4}{5} MN$, ამიტომ $MA : CN = \frac{1}{3} : \frac{4}{5} = 5 : 12$.
პასუხი: 5 : 12.

შეამოწმე შენი ცოდნა №2

1. გამოსახეთ $\frac{1}{2} : \frac{3}{4} : \frac{2}{5}$ შეფარდება ნატურალური რიცხვების საშუალებით:
ა) 10 : 4 : 15; ბ) 10 : 15 : 8; გ) 2 : 4 : 5; დ) 4 : 11 : 20.

2. მართკუთხედის გვერდები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 4 : 7, როგორ შეეფარდება მართკუთხედის პერიმეტრი უდიდესი გვერდის სიგრძეს?
ა) 22 : 7; ბ) 11 : 7; გ) 11 : 2; დ) 30 : 7.

3. ავტომობილმა 80 კმ/სთ სიჩქარით 2 საათი იმგზავრა, რა დრო დასჭირდება იმავე მანძილის გასავლელად თუ სიჩქარეს 25%-ით გაზრდის?
ა) 1,6 სთ; ბ) 1 სთ; გ) 1,2 სთ; დ) 2 სთ.

4. 3 ნათურა 5 დღეში წვავს 40 თეთრი ღირებულების ელექტრო ენერგიას, რამდენი თეთრი ელექტროენერგია დასჭირდება 5 ნათურას 12 დღეში?
ა) 80; ბ) 160; გ) 150; დ) 200.

5. 1:2000 მასშტაბიან რუკაზე ორ პუნქტს შორის მანძილი 9 სმ-ია, რა მანძილია იმავე ფუნქტებს შორის მანძილი 1:1500 მასშაბის მქონე რუკაზე?
ა) 12 სმ; ბ) 13 სმ; გ) 10 სმ; დ) 12 სმ.

პროექტი: „პროპორციები ჩვენ ირგვლივ“

მოსწავლემ უნდა დაინახოს, რომ მათემატიკა არ არის რაღაც განყენებული საგანი, რომ ის ჩვენი ყოველდღიური ყოფის შემადგენელი ნაწილია. რომ შესაძლებელია, ცხოვრებაში არსებულ ბევრ პრობლემურ სიტუაციას მოარგოს მათემატიკური მოდელი და გადაჭრას არსებული პრობლება. რომ ადამიანის ყოველდღიურ ცხოვრებაში პროპორციებს დიდი ადგილი უჭირავს და როგორ გამოვიყენოთ ისინი, რათა გავიუმჯობესოთ და გავილამაზოთ ცხოვრების ხარისხი.

კარგი იქნება, თუ მოსწავლეებს მივაწვდით მკაფიო და ეტაპობრივად ჩამოყალიბებულ ინსტრუქციებს.

მიზანი: მოიძიოთ და წარმოადგინოთ, როგორია პროპორციის შემოღების ისტორია, პროპორციის გამოყენება ყოველდღიურ ცხოვრებაში, ბუნებაში, არქიტექტურაში, ხელოვნებაში და სხვა სფეროებში დავალება:
აირჩიეთ ერთი ან რამდენიმე თემა:

- პროპორციები ბუნებაში
- პროპორციები ცხოველებში
- პროპორციები არქიტექტურაში
- პროპორციები მხატვრობაში
- პროპორციები კულინარიაში
- პროპორციები მედიცინაში
- პროპორციები გეოგრაფიაში
- პროპორციები ლიტერატურაში
- პროპორციები ბიოლოგიაში
- პროპორციები მუსიკაში
- პროპორციები ქიმიაში

სასურველია, ეს თემა გადანაწილდეს რამდენიმე მოსწავლეზე.

პროექტის სტრუქტურა:

1. შესავალი

- რა არის პროპორცია?
- სად და როგორ წარმოიშვა სიტყვა პროპორცია?

2. ძირითადი ნაწილი

- წარმოადგინეთ მინიმუმ 3-5 მაგალითი და ახსენით, რა პროპორციაა გამოყენებული და სად გვხვდება.

3. **ილუსტრაციები**

- გამოიყენეთ ფოტოები, ნახატები სქემები, ან საკუთარი გადაღებული ფოტოები.

4. **დასკვნა**

- რა გაიგეთ ახალი პროექტზე მუშაობისას?
- სად შეიძლება კიდევ გამოვიყენოთ პროპორციები?

ტექნიკური მოთხოვნები:

- პრეზენტაცია: 8-12 სლაიდი.
- საუბრის ხანგრძლივობა: 5-7 წთ.
- აუცილებელია ტექსტისა და სურათების სწორი გაფორმება.
- მითითებული იყოს გამოყენებული წყარო.

კითხვები, რომლებიც შეუძლია დაუსვას მასწავლებელმა:

1. რამ მოგხიბლათ ამ თემაზე მუშაობისას?
2. რა სირთულეები შეგხვდათ პროექტზე მუშაობისას?

3. თქვენი აზრით რატომ არის მნიშვნელოვანი პროპორციების ცოდნა ცხოვრებაში?
4. რა გაიგეთ ახალი პროექტზე მუშაობისას?

დონე	მოსწავლის მიერ მიღწეული შედეგის აღწერა (კრიტერიუმი)	უკუკავშირი
ფრაგმენტული	მოსწავლეს მოჰყავს მხოლოდ ერთი მარტივი მაგალითი, ან იცის პროპორციის მხოლოდ განმარტება/ ფორმულა, თუმცა ვერ ხსნის მის მნიშვნელობას.	„კარგი მაგალითია, ახლა შეეცადე მოიძიო კიდევ 2-3 სხვა მაგალითიც“.
მრავალკომპო-ნენტიანი	მოსწავლეს მოჰყავს **რამდენიმე** დამოუკიდებელი მაგალითი (მაგ.:კულინარიაში), აკეთებს შესაბამის გამოთვლებს, თუმცა ვერ ხედავს მათ შორის კავშირს, კანონზომიერებას (მოყვანილი მაგალითები უბრალოდ ჩამონათვალია).	„ძალიან კარგი მაგალითებია მოძიებული, ახლა სცადე განსაზღვრო, რა საერთო პრინციპით მუშაობს პროპორცია ამ სფეროში და რა მოხდება, თუ ამ პროპორციას დავარღვევთ?“ რა საერთო კანონზომიერება აკავშირებს შენ მიერ მოყვანილ მაგალითებს?“
ურთიერთდაკავ-შირებული	მოსწავლე აკავშირებს პროპორციას რეალურ მოვლენებთან; აკავშირებს ცალკეულ ფაქტებსა და იდეებს ერთმანეთთან, ხედავს მთლიან სურათს, მიზეზ-შედეგობრივ კავშირებს, ხსნის, თუ რატომ არის პროპორციის დაცვა მნიშვნელოვანი სხვადასხვა სფეროში (მაგ.: რა მოხდება, თუ შენობის დაპროექტებისას ან რუკის შექმნისას პროპორცია დაირღვევა). აკეთებს დასაბუთებულ დასკვნებს.	„შესანიშნავი ანალიზია!“ შეგიძლია თუ არა, ეს პრინციპი გაავრცელო უფრო რთულ/უცნობ მოვლენაზე, მაგალითად, ბუნებაში არსებულ „ოქროს კვეთაზე“ ან შექმნა შენი საკუთარი მოდელი?“
ტრანსფერული	მოსწავლე სცილდება სტანდარტულ მაგალითებს: იყენებს პროპორციის პრინციპს სრულიად ახალ/რთულ კონტექსტში (მაგ.: ხელოვნებასა და ბუნებაში არსებული „ოქროს კვეთის“ ანალიზი), მსჯელობს პროპორციულობის ესთეტიკურ / ფილოსოფიურ მხარეზე ან ქმნის საკუთარ მოდელს/პროექტს, სადაც პროპორცია გადამწყვეტ როლს ასრულებს. აანალიზებს პროპორციის დარღვევის რეალურ რისკებს (მაგ.: მშენებლობაში).	„შესანიშნავი ანალიზია! მოიყვანა დაატებითი მაგალითები, მიღებულ პრინციპს იყენებს ახალ სიტუაციაში, პოულობს მათ შორის საერთო კანონზომიერებას, აკეთებს გამზოგადებას. გამოაქვს გონივრული დასკვნები

პრაქტიკული რჩევა: პროექტზე მუშაობის დასაწყისშივე გაუზიარეთ ეს რუბრიკა მოსწავლეებს, რათა თავიდანვე იცოდნენ, რა მოეთხოვებათ სიღრმისეული გაგების მისაღწევად.

შეფასებისას დააკვირდით:

- ► რამდენად თავდაჯერებულად საუბრობს მოსწავლე;
- ► იყენებს თუ არა სწორ მათემატიკურ ტერმინებს;
- ► შეუძლია თუ არა საკუთარი აზრის სწორად გადმოცემა და დასაბუთება;
- ► პასუხობს თუ არა კითხვებს გააზრებულად.

8. განტოლება

გაკვეთილი 15

გაკვეთილის თემა: განტოლება.
გაკვეთილის ტიპი: ახალი მასალის ახსნა.
გაკვეთილის მიზანი: გავაცნოთ მოსწავლეებს განტოლების, განტოლების ფესვის და ტოლფასი განტოლებების ცნებები. ვაჩვენოთ, რომ განტოლებას შესაძლოა ჰქონდეს ერთი, არც ერთი, ორი, ან ორზე მეტი რაოდენობის ფესვი.
დაგეგმილი შედეგები: მოსწავლეები შეძლებენ, შეამოწმონ, არის თუ არა ესა თუ ის რიცხვი მოცემული განტოლების ფესვი; მარტივი, წრფივი ერთუცნობიანი განტოლების ამოხსნას.
ძირითადი ცნებები: განტოლება; ერთუცნობიანი განტოლება, განტოლების ფესვი (ამონახსენი), ამონახსნთა სიმრავლე; ტოლფასი განტოლებანი.
აქტივობა: ორგანიზაციული საკითხები. საშინაო დავალების შემოწმება. დავალებიდან გაურკვეველი საკითხების გარჩევა.
მოსწავლეებს განტოლების ამოხსნაზე, გარკვეული ცოდნა წინა კლასებიდან უკვე აქვთ. იციან, უმარტივესი განტოლებების ამოხსნა. მე-7-ში ამ ცოდნის გაფართოება ხდება. მოსწავლეებს ვაჩვენებთ, შესაბამისი მაგალითებით,რომ თურმე შესაძლებელია, განტოლებას ჰქონდეს ორი, ან მეტი ფესვი, ან საერთოდ არ ჰქონდეს ფესვი. განვუმარტავთ ტოლფასი განტოლებების ცნებას, მაგალითების ჩვენებით.
დაფაზე ვიხილავთ: 1) $|x + 2| = -1$; 2) $x^2 + 2 = 1$; 3) $2(x - 9) = 2x - 18$ განტოლებებს.

მასწავლებელი: ა) გაიხსენეთ, რას ეწოდება რიცხვის მოდული.

ბ) რას უდრის რიცხვის მოდული?

გ) როგორი რიცხვი იქნება $|x + 2|$?

დ) როგორი რიცხვი წერია ტოლობის მარცხნივ? მარჯვნივ?

ე) როგორ ფიქრობთ, იარსებებს თუ არა რიცხვი, რომ განტოლების მარცხენა მხარე გაუტოლდეს მარჯვენას?

მოსწავლეები პასუხობენ რომ ასეთი რიცხვი არ არსებობს, ე.ი. განტოლებას ამონახსნი არ აქვს.
ასევე, მეორე განტოლების შემთხვევაშიც შეკითხვებით დავანახებთ, რომ ტოლობის მარცხენა მხარეში გამოსახულების მნიშვნელობა ნებისმიერი x-თვის 2-ზე მეტი ან ტოლი იქნება, რადგან 2-ს ემატება არაუარყოფითი რიცხვი ე.ი. განტოლებას ფესვი არ ექნება.
3) განტოლებაში მარცხენა მხარის გამარტივებით, მოსწავლეები ხედავენ, ტოლობის ორივე მხარეს ერთი და იგივე გამოსახულებებია, მაშასადამე, განტოლების ფესვად გამოდგება ნებისმიერი რიცხვი.
სასურველია გაკვეთილზე გაირჩეს: №№ 3; 5; 14; 7; 9.
დავალება: დანარჩენი ნომრები.
დაასრულეთ წინადადება:

► განტოლების ფესვი ეწოდება უცნობის იმ მნიშვნელობას, რომლისთვისაც....
► ამოვხსნათ განტოლება ნიშნავს,...
► განტოლები ამონახსნთა სიმრავლე არის...
► ტოლფასი განტოლებები ეწოდება...

ამოხსნები და მითითებები:

2. ა) გავახსენოთ მოდულის გეომეტრიული შინაარსი, რის საფუძველზეც მარტივად დაასკვნიან, რომ განტოლებას არ დააკმაყოფილებს ცვლადის არცერთი მნიშვნელობა
ბ) $x^2 + 2 = 1,5$, საიდანაც $x^2 = -0,5$ რაც შეუძლებელია
გ) $(x-5)^2 + (2-x)^2 = 0$ ტოლობა მიიღწევა იმ შემთხვევაში, როდესაც ორივე შესაკრები 0-ის ტოლია, თუმცა მარტივად შევნიშნავთ, რომ ცვლადის ერთიდაიგივე მნიშვნელობისთვის ეს შეუძლებელია.

3. ა) $4x - 3 = 25; 4x = 28; x=7;$ გ) $5z - 2 = -10,5; 5z = -8,5; z = -1,7;$

4. ა) $x + (-12) = -3; x = -3 + 12; x = 9;$ დ) $23 - (-x) = -22; 23 + x = -22; x = -45.$

5. ამოცანა ამოხსენით ბოლოდან: $5,7 + 2,3 = 8; 8 \cdot 2 = 4.$
პასუხი: ჩაფიქრებული რიცხვია 4.
(II გზა) ცხადია ამოცანის ამოსახსნელად შეგიძლიათ გამოიყენოთ ცვლადის შემოტანის ხერხი: ვთქვათ ჩაფიქრებული რიცხვია x, მაშინ პირობის მიხედვით $2x-2,3=5,7$, საიდანაც $x=4$. პასუხი: ჩაფიქრებული რიცხვია 4.

6. სახაზავი 1 ლარი და 30 თეთრი ღირს, მაშინ 3 სახაზავი 3ლარი და 90 თეთრი ეღირება, შესაბამისად 4 რვეულის ფასია $11,1 - 3,90 = 7,2$ ლარი. 1 რვეულის ფასი იქნება $7,2 : 4 = 1,8$ ლარი. პასუხი: 1 ლარი და 80 თეთრი.

8. ა) $2x - 7 = 3x + 2$ განტოლებაში ცვლადის ნაცვლად ჩავსვათ -9.
$2 \cdot (-9) - 7 = 3 \cdot (-9) + 2$
$-18 - 7 = -27 + 2$
$-25 = -25$

9. ა) $(x-2)(x-8) = 0$
$x - 2 = 0$ ან $x - 8 = 0$
$x = 2$ ან $x = 8$

გ) $(4 - 3x)(x^2 + 5) = 0$
$4 - 3x = 0$ $x^2 + 5 \neq 0$
$x = \frac{4}{3}$

10. დაგეგმილი მონაცემების 25%-ის შეგროვებას კოსმოსურმა აპარატმა 2 საათი მოანდომა, ანუ მთელ მონაცემებს $2 \cdot 4 = 8$ საათი სჭირდება, ხოლო მონაცემების $\frac{4}{5}$ ნაწილისთვის დასჭირდება $8 \cdot \frac{4}{5} = 6,4$ სთ.
პასუხი: 6,4 სთ.

11. დიახ, შეუძლია, თუ განტოლებაში ჩავსვამთ ცვლადის ნაცვლად 2-ს, დავრწმუნდებით ტოლობის ჭეშმარიტებაში.
დამატებითი კითხვები:
- შეუძლია თუ არა ლუკას ამ მეთოდით აჩვენოს რომ განტოლებას სხვა ამონახსნი არ აქვს?

- ყველა განტოლების ამონახსნის პოვნას შეძლებს ასე? (ზეპირად ცდით?)
საჭიროების შემთხვევაში დაეხმარეთ მოსწავლეებს $x^3 - x^2 + 2x = 2$ განტოლების ერთერთი ამონახსნის ზეპირად მოძებნაში

13. სამი ტრაქტორი მთელ ნაკვეთს მოხნავს $2 \cdot 4 = 8$ საათში. უკუპროპორციულობის გათვალისწინებით ადვილად აჩვენებთ, რომ 4 ტრაქტორი მთელ ნაკვეთს მოხნავს 6 საათში.
პასუხი: 6 საათი.

9. განტოლების ამოხსნა

გაკვეთილი 16

გაკვეთილის თემა: განტოლების ამოხსნა.

გაკვეთილის ტიპი: ახალი მასალის ახსნა.

გაკვეთილის მიზანი: განტოლების თვისებების გამოყენებით განტოლების ამოხსნის უნარის გამომუშავება.

დაგეგმილი შედეგები: მოსწავლეები შეძლებენ, განტოლების თვისებების გამოყენებით განტოლების ამოხსნას.

აქტივობა: ორგანიზაციული საკითხები. საშინაო დავალების შემოწმება. დავალებიდან გაურკვეველი საკითხების გარჩევა. წინარე ცოდნის გააქტიურების მიზნით, სასურველია, **დავსვათ შეკითხვები:**

- რას ეწოდება განტოლება?
- რას ეწოდება განტოლების ფესვი?
- როგორ შევამოწმოთ არის თუ არა მოცემული რიცხვი განტოლების ფესვი?
- როგორ განტოლებებს უწოდებენ ტოლფას განტოლებებს?

პარაგრაფში გარჩეული ამოცანის განხილვისას მოსწავლეები დაინახავენ, რომ მიიღეს ისეთი განტოლება, რომლის ამოხსნაც მათ ჯერ-ჯერობით არ იციან. წარმოქმნილი პრობლემის გადასაწყვეტად მოსწავლეებს შევთავაზოთ წყვილებში სამუშაო ამოცანა. ამის შემდეგ მოსწავლეთა ყურადრება მივაპყროთ იმ ფაქტზე, რომ, თუ განტოლების ორივე მხარეს მოვაკლებთ x-ს, შედეგად უცნობი, მხოლოდ ერთ მხარეს დარჩება. ამის შემდეგ კი განვუმარტოთ, რომ დიახ, განტოლების ამოხსნისას უნდა შევეცადოთ, მოცემული განტოლება თანდათანობითი გამარტივებით შევცვალოთ მასზე მარტივით, თან მისი ტოლფასი განტოლებით, რათა შევძლოთ მისი ამოხსნა. შევთავაზოთ განტოლების თვისებებიც. დაფაზე მოსწავლეების ჩართულობით ვაგრძელებთ (1) განტოლების ამოხსნას განტოლების თვისებების გამოყენებით.

სასურველია, გაკვეთილზე გაირჩეს: №№ 1 (ა, ე); 2 (ა, გ, ე); 3 (ა); 5; 9.
დავალება: №№ 1 (თ); 2 (ბ,დ); 3 (ბ); 5; 9.

გაკვეთილი 17

გაკვეთილის თემა: განტოლების ამოხსნა.

გაკვეთილის ტიპი: ცოდნის განმტკიცება.

გაკვეთილის მიზანი: განტოლების თვისებების გამოყენებით განტოლების ამოხსნის უნარის გამომუშავება.

დაგეგმილი შედეგები: მოსწავლეები შეძლებენ, განტოლების თვისებების გამოყენებით განტოლების ამოხსნას.

აქტივობა: ორგანიზაციული საკითხები. საშინაო დავალების შემოწმება. დავალებიდან გაურკვეველი საკითხების გარჩევა. წინარე ცოდნის გააქტიურების მიზნით, სასურველია, **დავსვათ შეკითხვები:**

- ჩამოაყალიბეთ განტოლების თვისებები.
- რას ეწოდება განტოლების ფესვი?
- რას ნიშნავს ამოვხსნათ განტოლება?
- როგორ განტოლებებს უწოდებენ ტოლფას განტოლებებს?

დაფაზე გავარჩიოთ პარაგრაფის **მაგალითი 1.** მოსწავლეები გამარტივების შედეგად მიიღებენ: ა) $0 \cdot x = m$, $m \neq 0$ სახის განტოლებას. მასწ. როგორ ფიქრობთ არსებობს თუ არა რიცხვი, რომლის ნამრავლი 0-ზე გაუტოლდება არანულოვან რიცხვს? პასუხი: არა ე.ი. ამ განტოლებას ამონახსნი არ აქვს. ბ) გამარტივების შედეგად მივიღებთ $0 \cdot x = 0$ განტოლებას. ბავშვები დაასკვნიან, რომ განტოლების ამონახსნად გამოდგება ნებისმიერი რაციონალური რიცხვი. უკვე მოსწავლეები დაინახავენ, რომ განტოლებას შესაძლოა არ ჰქონდეს ამონახსნი, ქონდეს ერთი ამონახსნი და ასევე უამრავი ამონახსნიც

სასურველია, გაკვეთილზე გაირჩეს: №№ 1(ზ, ი); 2 (ბ, დ, ვ); 3 (გ, დ); 6; 10; 12.

დაასრულეთ წინადადება:

- ► უცნობის შემცველ ტოლობას...
- ► თუ განტოლების ორივე მხარეს დავუმატებთ ერთსა და იმავე...
- ► თუ თუ განტოლების ორივე მხარეს გავამრავლებთ ერთსა და იმავე...
- ► თუ განტოლების ერთი მხარიდან მეორეში გადავიტანთ შესაკრებს....

დავალება: №№ 1 (ვ); 4; 7; 11; 9; 13.

ამოხსნები და მითითებები:

1. გ) $-4m - 7 = 5$; $-4m = 12$; $m = -3$;
ზ) $y - 44 = 13 + y$; $y - y = 13 + 44$; $0 = 57$ ამონახსნი არ აქვს.

2. ა) $4(a-3) + 3(2-a) = -2$
$4a - 12 + 6 - 3a = -2$
$a = -2 + 12 - 6$
$a = 4$

ვ) $3(2k-5) - 5(1{,}2k-3) = 0$
$6k - 15 - 6k + 15 = 0$
$0 = 0$ k ნებისმიერია

3. ა) ამონახსნი იყოს 2, ანუ x-ის ნაცვლად თუ ჩავსვავთ რიცხ 2-ს, ტოლობა ჭეშმარიტი უნდა იყოს
$2x - 5 = m$
$2 \cdot 2 - 5 = m$
$m = -1$

დ) $2x - 7m = 2x + m + 1$ განტოლებას უამრავი ამონახსნი რომ ჰქონდეს, ტოლობის გამარტივებით უნდა მივიდეთ $0 = 0$ შედეგამდე ანუ $-7m = m + 1$ საიდანაც $m = -\frac{1}{8}$.

4. ვთქვათ პირველი ლუწი რიცხვია x, მისი მომდევნო ლუწი რიცხვი იქნება $(x + 2)$, და კიდევ მომდევნო $(x + 4)$. ამოცანის პირობის მიხედვით
$x + x + 2 + x + 4 = 90$
$3x = 84$
$x = 28$
პასუხი: 28.

5. ვთქვათ დედამ იყიდა x კგ მოცვი, მაშინ ნაყიდი ჟოლოს მასა იქნებოდა $(7{,}5-x)$კგ. მოცვში გადახდილი თანხა იქნებოდა $5x$ ლარი, ხოლო ჟოლოში გადახდილი თანხა – $4{,}5(7{,}5-x)$. პირობის მიხედვით შედგება განტოლება:
$5x+4{,}5(7{,}5-x)=35$ საიდანაც $x=2{,}5$.
ანუ დედამ იყიდა $2{,}5$ კგ მოცვი, ხოლო ჟოლოში გადაიხადა $4{,}5\cdot 5=22{,}5$ ლარი.

6. მას შემდეგ რაც აღნიშნავთ როგორ განტოლებებს ეწოდებათ ტოლფასი განტოლებები ამოხსენით ჯერ მეორე განტოლება (რადგან არ შეიცავს k-ს)
$\frac{3x-1}{5}=\frac{1+2x}{3}$, $3(3x-1)=5(1+2x)$, საიდანაც $x=-8$.
ცვლადის მიღებული მნიშვნელობა უნდა აკმაყოფილებდეს პირველ განტოლებასაც, შესაბამისად:
$\frac{x-2}{5}=\frac{4k-3x}{3}$; $\frac{-8-2}{5}=\frac{4k-3(-8)}{3}$, საიდანაც $k=-7{,}5$.

7. ა) შევნიშნოთ, რომ თუ წონასწორობაში მყოფ სასწორის ორივე მხარეს დავამატებთ ან ავიღებთ ერთიდაიმავე მასის მქონე საგნებს, სასწორის წონასწორობა შენარჩუნდება პირველ სასწორზე 1 მსხალი + 2 ვაშლი = 3 ბანანი (2 ვაშლის ნაცვლად ჩავსვათ მეორე სურათის მიხედვით 1 მსხალი და 2 ბანანი), მივიღებთ:
2 მსხალი + 2 ბანანი = 3 ბანანი, ანუ 2 მსხალი = 1 ბანანი.
პასუხი: 1 ბანანი.

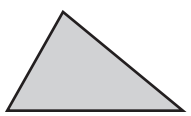
8. ა) $3m+2n=7$; $3m=7-2n$; $m=7-2n/3$
ბ) $2m-3=2n-4$; $2m=2n-1$; $m=2n-\frac{1}{2}$.

9. I. $|x|=x$; II. $|x|=-x$
- არა, რადგან პირველ განტოლებას აკმაყოფილებს მაგალითად რიცხვი 5, რაც მეორე განტოლების ამონახსნი არაა
- 0; 1; 2; 20; 10000;
- 0; –1; –3; –50; –10000;
- დიახ, 0;
- ასეთი რიცხვი არ არსებობს, რადგან 0 ორივე განტოლების ამონახსნია, ნებისმიერი დადებითი რიცხვი პირველი განტოლების, ხოლო ნებისმიერი უარყოფითი რიცხვი მეორე განტოლების ამონახსნი.

10. ა) $|x-5|=3$ ანუ $x-5=3$ ან $x-5=-3$; ე.ი. $x=8$ ან $x=2$;
გ) $(|x|-7)-3=2$; $(|x|-7)=5$; $|x|=12$; $x=\pm 12$.

11. ა) $px=5$ საიდანაც $x=\frac{5}{p}$, პირობის თანახმად p ნატურალურია, და განტოლების ამონახსნი მთელი, ე.ი. p უნდა იყოს 5-ის გამყოფი, ანუ 1 ან 5.
პასუხი: 1; 5.

12. $75\%=\frac{3}{4}$ ნაწილი (ანუ ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც $3:4$.



$50\%=\frac{1}{2}$ ნაწილი (ნახევარი)
პირობის მიხედვით საშუალო სიგრძის გვერდი $4x=12$ სმ, საიდანაც $x=3$ სმ.
სამკუთხედის პერიმეტრი $3x+4x+6x=13x=39$ სმ.
პასუხი: 39 სმ.

13. მწყურვალე აქლემის 60% წყალია, ანუ 40% (დანარჩენი მასა) წყალის დალევის შემდეგ 80% წყალი ანუ 20% დანარჩენი მასა, რაც უცვლელია.

$800 \cdot 0{,}20 = 160$ კგ.

$\frac{160}{40} \cdot 100\% = 400$ კგ. პასუხი: 400 კგ.

10. ამოცანების ამოხსნა განტოლების მეშვეობით

გაკვეთილი 18

გაკვეთილის თემა: ამოცანების ამოხსნა განტოლების მეშვეობით.

გაკვეთილის ტიპი: ახალი მასალის ახსნა.

გაკვეთილის მიზანი: მოსწავლეებს ჩამოუყალიბდეს ამოცანის პირობის ალგებრის ენაზე გადატანის უნარი, შედეგად შეძლოს ამოცანის პირობის მათემატიკური მოდელის (ჩვენს შემთხვევაში განტოლების) შედგენა და მისი საშუალებით ამოცანის ამოხსნა.

დაგეგმილი შედეგები: მოსწავლეები შეძლებენ, ამოცანის პირობის მიხედვით შეადგინონ განტოლება და განტოლების გამოყენებით, ამოცანების ამოხსნას.

აქტივობა: ორგანიზაციული საკითხები. საშინაო დავალების შემოწმება. დავალებიდან გაურკვეველი საკითხების გარჩევა. წინარე ცოდნის გააქტიურების მიზნით, სასურველია, **დავსვათ შეკითხვები:**

- გამოიყენეთ სიტყვები „ჯამი“, „სხვაობა“, „ნამრავლი“ და წაიკითხეთ ასოითი გამოსახულება: ა) $a - (b + c)$; ბ) $ac + bc$;
- ჩაწერეთ ასოითი გამოსახულება: ა) a და b რიცხვების გაორკეცებულ ჯამს გამოკლებული 5-ისა და (–7)-ის ნამრავლი...
- იპოვეთ a და b რიცხვების გაორკეცებული ნამრავლისა და (–10)-ის სხვაობა, თუ $a = -2$ და $b = 5$.
- ჩაწერეთ: ა) a რიცხვისა და 5-ის სხვაობა 2-ით ნაკლებია 12-ზე; ბ) გაორმაგებული a რიცხვი 7-ით მეტია 3-ზე.

მოსწავლეებს უნდა დავანახოთ, რომ ამოცანის ამოხსნისას უცნობი სიდიდის გონივრულ შერჩევას დიდი მნიშვნელობა აქვს, ეს კარგად ჩანს განხილულ ამოცანა 1-ში. ამოცანაში x-ით აღნიშნულია, თუ რამდენ დღეში უნდა შესრულებულიყო დავალება, რის შედეგადაც, ამოსახსნელად, მივიღეთ საკმაოდ მარტივი განტოლება. რაც არ მოხდებოდა, თუ x-ით აღვნიშნავდით იმ სიდიდეს, რასაც ამოცანა გვეკითხებოდა. ამ ამოცანის პირობის მათემატიკური ენით ჩასაწერად და შემდეგ განტოლების შესადგენად გამოვიყენეთ ორი სხვადასხვა მეთოდი: 1. მსჯელობით, პირობაში მოცემული თითოეული წინადადება ჩავწერეთ ალგებრის ენაზე და ბოლოს შევადგინეთ განტოლება. 2. პირობის მოკლე ჩანაწერია სქემის სახით, რომელიც უფრო მოკლეა და მოხერხებულიც. თუმცა, საჭიროა მოსწავლე ფლობდეს ორივე მეთოდს – სწორი მათემატიკური მეტყველების კულტურას კი პირველი უფრო ანვითარებს, რაც ძალიან მნიშვნელოვანია.

მოსწავლეთა ყურადღება მივაპყროთ, რომ ამოცანების ამოხსნისას გამოიკვეთა შემდეგი ძირითადი ეტაპები, რაც აუცილებლადაა გასათვალიწინებელი:

1. უცნობის შერჩევა; ამოცანის პირობის მათემატიკის ენაზე ჩაწერა;
2. განტოლების (მათემატიკური მოდელის) შედგენა;
3. განტოლების ამოხსნა(უცნობისპოვნა);
4. ამოცანის შეკითხვაზე პასუხის გაცემა.

სასურველია, გაკვეთილზე გაირჩეს: №№ 1; 3; 5.
დავალება: №№ 2; 4; 6; 7; 8.

გაკვეთილი 19

გაკვეთილის თემა: ამოცანების ამოხსნა განტოლების მეშვეობით.
გაკვეთილის ტიპი: ცოდნის განმტკიცება.
გაკვეთილის მიზანი: მოსწავლეებმა შეძლონ განტოლების საშუალებით ამოცანების ამოხსნა. მათემატიკური პრობლემის გარემომცველი სამყაროს კონტექსტში დანახვის უნარის განვითარება.
დაგეგმილი შედეგები: მოსწავლეები შეძლებენ, განტოლების გამოყენებით, ამოცანების ამოხსნას.
მეთოდური კომენტარები: ორგანიზაციული საკითხები. საშინაო დავალების შემოწმება. დავალებიდან გაურკვეველი საკითხების გარჩევა.
დაფაზე გაირჩევა პარაგრაფის ამოცანა 3. მოსწავლეები დაინახავენ, რომ ზოგჯერ არ არის საჭირო (უფრო მოსახერხებელიცაა) ამოცანის განტოლების საშუალებით ამოხსნა. მთავარია ჩატარდეს სწორი თანამიმდევრული მსჯელობა და გავიდეთ საბოლოო შედეგზე.
1. უცნობის შერჩევა; ამოცანის პირობის მათემატიკის ენაზე ჩაწერა; 2. განტოლების (მათემატიკური მოდელის) შედგენა. 3. განტოლების ამოხსნა(უცნობისპოვნა); 3. ამოცანის შეკითხვაზე პასუხის გაცემა.
ყურადღება მივაქციოთ პარაგრაფის ბოლოში დასმულ კითხვა-ამოცანას: 1. სიდიდეების გამოსახვას უფრი მცირე, თუ მსხვილი ერთეულებით. 2. ნავის მოძრაობა მდინარეზე.
შეგვიძლია მოვუყვანოთ ტივის მაგალითი, ტივს სიჩქარე არ გააჩნია, ამიტომ იგი მოძრაობს მდინარის სიჩქარით. მარტივი მაგალითი, ძლიერი ქარის დროს,თუ ქარის საწინააღმდეგოდ ვმოძრაობთ გვიჭირს მოძრაობა, რადგან სიჩქარე, რომლითაც ჩვენ ვმოძრაობთ, მცირდება ქარის სიჩქარით. ხოლო ზურგქარის დროს კი ზოგჯერ მიგვარბენინებს კიდეც – ქარი უფრო აჩქარებს ჩვენს მოძრაობას რაც იმას ნიშნავს, რომ იმ სიჩქარეს რითაც ჩვენ ვმოძრაობთ ემატება ქარის სიჩქარე.

სასურველია მოსწავლეებს დავუსვათ ასეთი შეკითხვები:

1.რით არის მნიშვნელოვანი განტოლების შესწავლა?

2. რა რეალური პრობლემების გადაწყვეტაში გვეხმარება განტოლება, განტოლების ამოხსნა?

სასურველია, გაკვეთილზე გაირჩეს: №№ 9; 11; 13; 17; 19;

დავალება: №№ 10; 12; 14; 15; 16; 18.

ამოხსნები და მითითებები:

2. ვთქვათ ახლა ძმა არის x წლის, მაშინ და იქნება $4x$ წლის.
4 წლის შემდეგ ძმა იქნება $(x+4)$ წლის, ხოლო და $(4x+4)$ წლის.
პირობის მიხედვით: $4x+4=2(x+4)$, საიდანაც $x=2$, ანუ ახლა და არის 8 წლის.
ახლა მათი ასაკთა ჯამია $2+8=10$. ხოლო მათი ასაკთა ჯამი 24 იქნება:
$(24-10):2=14:2=7$ წლის შემდეგ.

3. ვთქვათ ნესვის მასაა x კგ, მაშინ საზამთროს მასა იქნება $2x$ კგ.
ამოცანის პირობის მიხედვით $2x\cdot 0{,}20=x-3{,}6$ საიდანაც ვღებულობთ, რომ $x=6$ კგ.
პასუხი: ნესვი 6 კგ; საზამთრო 12 კგ

5. მართკუთედის სიგანე აღვნიშნოთ x სმ-ით, მაშინ მისი სიგრძე იქნება $3x$ სმ; პერიმეტრი იქნება $2(x+3x)=8x$.

თუ სიგრძეს გავზრდით 4 სმ-ით ანუ გახდება $3x+4$, ხოლო სიგანეს შევამცირებთ 2-ჯერ, ანუ გახდება $0{,}5x$ სმ, მაშინ მიღებული მართკუთედის პერიმეტრი გახდება:
$2(3x+4+0{,}5x)=7x+8$.
ამოცანის პირობის მიხედვით, ვღებულობთ განტოლებას: $7x+8=8x+4$; ანუ $x=4$.
პასუხი: სიგრძე 12 სმ; სიგანე 4 სმ.

6. ვთქვათ ერთი კუთხეა α, მაშინ მისი მოსაზღვრე კუთე იქნება $180°-\alpha$, ამასთან $20\%=\frac{1}{5}$ ნაწილი პირობის მიხედვით $\frac{\alpha}{2}=\frac{(180°-\alpha)}{5}$; $\alpha=80°$, შესაბამისად მისი მოსაზღვრე კუთხე $100°$.
პასუხი: $80°$; $100°$.

7. $120\cdot 0{,}2=24$ ლარიან ფასდაკლებას გთავაზობს ყოველთვიურად, ანუ 6 თვეში დაზოგავ $24\cdot 6=144$ ლარს.
ფასდაკლების გარეშე 5 თვეში უნდა გადაიხადო $120\cdot 5=600$ ლარი, ხოლო 6-თვიანი აბონიმენტის ყიდვის შემთხვევაში $120-24=96$ ლარი.
$96\cdot 6=576$, $576<600$ ანუ ამ შემთხვევაშიც გამართლებულია.

8. კვადრატის გვერდის სიგრძეა $72:4=18$ (მ).
ე.ი. შემცირების შემდეგ მართკუთხედის ორივე გვერდის სიგრძე 18 მ გახდა.
მართკუთედის სიგრძე 80%-ით შამცირეს, ამიტომ გახდა მისი $100\%-80\%=20\%$.
თუ 20% არის 18 მ, მაშინ მართკუთხედის სიგრძე (100%) ყოფილა $18\cdot 5=90$ მ.
სიგანეს თუ შეამცირებთ $\frac{2}{3}$ ნაწილით, ანუ დარჩენილი $\frac{1}{3}$ ნაწილი ყოფილა 18 მ, მაშინ მართკუთხედის სიგანე იქნება $18\cdot 3=54$ მ.
პასუხი: 90 მ; 54 მ.

დამატებითი კითხვები:

- როგორ შეიცვლებოდა პასუხი, თუ სიგანე $\frac{2}{3}$ ნაწილის ნაცვლად $\frac{1}{2}$ ნაწილით შემცირდებოდა?

10. ვთქვათ x დღის შემდეგ იქნება პირველ საწყობში ორჯერ მეტი ხორბალი, ვიდრე მეორეში, x დღის შემდეგ პირველ საწყობში დარჩება $(200-8x)$ ხ, ხოლო მეორეში – $(160-10x)$ ც. პირობის თანახმად, $200-8x=2(160-10x)$, საიდანაც $x=10$ (დღე). ხოლო ორივე საწყობიდან ერთად გატანილი იქნება $8x+10x=18x=180$ ც.

პასუხი: 10 დღის შემდეგ; 180 ც.

დამატებითი კითხვები:

- რა მოხდებოდა ორივე საწყობიდან ერთნაირი რაოდენობის ხორბალი რომ გაეტანათ?
- რამდენი ცენტნერი ხორბალი დარჩებოდა პირველ საწყობში იმ დროს, როცა მეორე საწყობში ხორბლის მარაგი ამოიწურებოდა?

11. 60 კმ/სთ სიჩქარით მოძრაობის დროს 1 კილომეტრის გავლას სჭირდება $60:60=1$ წუთი თუ ყოველ კილომეტრს $\frac{1}{3}$ წთ-ით უფრო სწრაფად გაივლის, მაშინ 1 კმ-ის გავლას უნდა მოანდომოს $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$ წთ $=\frac{1}{90}$ სთ, ანუ სიჩქარე $v=\frac{1}{\frac{1}{90}}=90$ (კმ/სთ).

პასუხი: 90 კმ/სთ.

დამატებითი კითხვები:

- სიჩქარის გაზრდისას როგორ იცვლება ერთი და იმავე მანძილის გავლისთვის საჭირო დრო?

- თუ ყოველ კილომეტრზე 30 წამს დაზოგავდა, როგორი იქნებოდა ახალი სიჩქარე?

12.

- კატერის საკუთარი სიჩქარე (მდგარ წყალში) აღვნიშნოთ x კმ/სთ;
- მდინარის დინების სიჩქარე y კმ/სთ, მაშინ დინების მიმართულებით კატერის სიჩქარე იქნება $(x+y)$ კმ/სთ, ხოლო დინების საწინააღმდეგოდ $(x-y)$ კმ/სთ.

პირობის მიხედვით დინების მიმართულებით კატერი 4-ჯერ სწრაფად მოძრაობს, ვიდრე საწინააღმდეგო მიმართულებით, ამიტომ $x+y=4x-4y$ საიდანაც $x=\frac{5}{3}y$.

პასუხი: $\frac{5}{3}$-ჯერ.

დამატებითი კითხვები:

- რატომ ვუმატებთ დინების სიჩქარეს ერთ შემთხვევაში და ვაკლებთ მეორე შემთხვევაში?
- შეიძლება თუ არა დინების სიჩქარე კატერის საკუთარ შიჩქარეზე მეტი იყოს?

13. ვთქვათ დიდმა ბორბალმა x ბრუნი გააკეთა, მაშინ პატარა ბორბალი გააკეთებდა $(x+15)$ ბრუნს. დიდი და პატარა ბორბლის გავლილი მანძილები ტოლია, შესაბამისად: $32x=24(x+15)$, განტოლების ამოხსნით მივიღებთ, რომ $x=45$, მაშინ ეტლის გავლილი მანძილი იქნება $45\cdot 32=1440$ მ.

პასუხი: 1440 მ.

დამატებითი კითხვები:

- რატომ გადის ორივე ბორბალი ერთსა და იმავე მანძილს, მიუხედავად იმისა, რომ სხვადასხვა რაოდენობის ბრუნს აკეთებენ?
- რატომ აკეთებს პატარა ბორბალი უფრო მეტ ბრუნს?
- თუ პატარა ბორბლის წრეწირის სიგრძე 16 მ იქნებოდა, როგორ შეიცვლებოდა ბრუნების რაოდენობა?

16. აღვნიშნოთ მეორე თაროზე წიგნების რაოდენობა x-ით:
I თარო – $(x+4)$ წიგნი;
II თარო – x წიგნი;
III თარო $(x+11)$ წიგნი;

მაშინ $(x+4)+x+(x+11)=55$, საიდანაც $x=\frac{40}{3}$ (არ არის მთელი) ე.ი. შეუძლებელია.
პასუხი: შეუძლებელია.

დამატებითი კითხვები:

- რატომ უნდა იყოს მიღებული პასუხი აუცილებლად მთელი?
- როგორ შეიცვლებოდა პასუხი, წიგნების რაოდენობა რომ ყოფილიყო 54?

18. შემოვიღოთ აღნიშვნა: დიდი რიცხვი – x;
მცირე რიცხვი – y.

პირობის მიხედვით დავწერთ ტოლობას:
$0{,}25(x+y)=1{,}25(x-y)$ რომლის გამარტივებით ვღებულობთ $x=1{,}5y$,
ანუ დიდი რიცხვი მცირე რიცხვზე 1,5-ჯერ მეტია ანუ მისი $1{,}5\cdot 100\%=150\%$.
პასუხი: 150%.

დამატებითი კითხვები:

- რატომ ავიღეთ სხვაობა $x-y$ და არა $y-x$?
- რამდენი პროცენტით მეტია დიდი რიცხვი მცირე რიცხვზე?
- შესაძლებელია თუ არა ამოცანის ამოხსნა კონკრეტული რიცხვების შერჩევით?

შემაჯამებელი სამუშაო №1 (I ვარიანტი)

1. გამოთვალეთ:

ა) 40-ის 30%;

ბ) 120-ის $\frac{3}{4}$ ნაწილის 10%;

გ) 2,4-ის 75%-ის და 75-ის 2,4%-ის ჯამი.

2. ამოხსენით განტოლება:

ა) $3(x-4)+2=2(x+6)-9$; ბ) $-(-x-1)=5+x$.

3. რუკაზე, რომლის მასშტაბია 1:1 000 000, თბილისიდან ქარელამდე 9 სმ-ია, ხოლო თბილისიდან სურამამდე 14 სმ. ქარელთან შედარებით რამდენი კილომეტრით უფრო შორსაა სურამი თბილისიდან?

4. თუ 4 ლიტრ 35%-იან მარილიან ხსნარს შევურევთ 6 ლიტრ 45%-იან მარილიან ხსნარს, რა იქნება ნარევში მარილის პროცენტული შემცველობა?

5. წყლის ავზის ავსებას 4 მილი 12 საათს ანდომებს. რამდენ საათში აავსებს იმავე ავზს 6 ასეთი მილი?

შემაჯამებელი სამუშაო №2 (II ვარიანტი)

1. გამოთვალეთ:

ა) 60-ის 40%;

ბ) 180-ის $\frac{2}{3}$ ნაწილის 10%;

გ) 1,6-ის 75%-ის და 75-ის 1,6%-ის ჯამი.

2. ამოხსენით განტოლება:

ა) $3(x-5)+4=2(x+3)-7$; ბ) $-(-x-2)=4+x$.

3. რუკაზე, რომლის მასშტაბია 1:1 000 000, თბილისიდან ქარელამდე 9 სმ-ია, ხოლო თბილისიდან სურამამდე 14 სმ. ქარელთან შედარებით რამდენი კილომეტრით უფრო შორსაა სურამი თბილისიდან?

4. თუ 6 ლიტრ 35%-იან მარილიან ხსნარს შევურევთ 4 ლიტრ 45%-იან მარილიან ხსნარს, რა იქნება ნარევში მარილის პროცენტული შემცველობა?

5. წყლის ავზის ავსებას 3 მილი 8 საათს ანდომებს. რამდენ საათში აავსებს იმავე ავზს 8 ასეთი მილი?

შეფასების სქემა

შემაჯამებელი სამუშაო №2
მაქსიმალური ქულა – 10

დავალება	შესაფასებელი შედეგი (კრიტერიუმი)	ქულა
№1	ითვლის რიცხვის პროცენტს, რიცხვის ნაწილს და სწორად ასრულებს მოქმეთებათა თანმიმდევრობას	2
№2	ხსნის წრფივ განტოლებას, ასრულებს ფრჩხილების გახსნას, მსგავსი წევრების შეერთებას და უცნობის პოვნას	2
№3	სწორად იყენებს რუკის მასშტაბს, აკავშირებს რეალურ და რუკაზე მოცემულ მანძილებს. განსაზღვრავს პირობაში მოთხოვნილ მანძილს	2
№4	განსაზღვრავს სიდიდეების პროცენტულ ცვლილებას	2
№5	ადგენს და ხსნის უკუპროპორციულ დამოკიდებულებაზე დაფუძნებულ ამოცანას და სწორად განსაზღვრავს სამუშაოს შესრულებისთის საწირო დროს	2

ქულების მინიჭების კრიტერიუმი:

2 ქულა – დავალება სრულად და სწორადაა შესრულებული, მართებული მსჯელობით მიღებულია სწორი პასუხი;

1 ქულა – გამოყენებულია სწორი მეთოდი, თუმცა დაშვებულია არითმეტიკული ან უმნიშვნელო შეცდომა, რის გამოც პასუხი არაა სწორი;

0 ქულა – დავალება არაა შესრულებული, გამოყენებულია არასწორი მეთოდი, შესაბამისად, პასუხი არ შეესაბამება დავალებას.

III თავის დამატებითი ამოცანები

1. ა) $360 \cdot \frac{2}{5} = 144$; ვ) $360 \cdot \frac{75}{100} = 270$.

2. ა) 150-ის $\frac{2}{3}$ ნაწილი არის $150 \cdot \frac{2}{3} = 100$. მიღებული 100-ის 10% კი არის 10.

4. (I გზა) $4,5 \cdot \frac{60}{100} = 2,7$ (კილოგრამი წყალია); $4,5 - 2,7 = 1,8$ კგ (დარჩენილი მასა).
$1,8 \cdot \frac{1}{3} = 0,6$ კგ შაქარი. პასუხი: 0,6 კგ შაქარი.

(IIგზა) 4,5-ის 100%-60%=40% (დარჩენილი მასა); $4,5 \cdot \frac{40}{100} = 1,8$;
$1,8 \cdot \frac{1}{3} = 0,6$ კგ შაქარი. პასუხი: 0,6 კგ შაქარი.

6. 1 კოლოფი ჩაი ეღირება $14,10 : 3 = 4,70$ ლარი;
ა) 5 კოლოფი ჩაი ეღირება $4,70 \cdot 5 = 23,50$ ლარი
ბ) $50 : 4,70 \approx 10,6$ რადგან ნაყიდი კოლოფების რაოდენობა ნატურალური რიცხვით უნდა გამოისახებოდეს ე.ი. 10. პასუხი: 10.

7. $128 - 96 = 32$ (GB თავისუფალი). 128-ის რამდენი პროცენტია 32?
$\frac{32}{128} \cdot 100\% = 25\%$. პასუხი: 25%.

9. მთელი დოზის 75% თუ 15 გრამია, მაშინ მთელი დოზა იქნება $\frac{15}{75} \cdot 100 = 20$.
პასუხი: 20 გრამი.

10. 250 ბოთლი ზეთიდან შემოწმდა 20% ანუ მეხუთედი, ანუ 50 ბოთლი, რომლის 8% აღმოჩნდა ვადაგასული ანუ 4 ბოთლი. პასუხი: 4 ბოთლი.

12. პირველ შენადნობში არის $400 \cdot \frac{45}{100} = 180$ გრამი ვერცხლია;
მეორე შენადნობში $600 \cdot \frac{20}{100} = 120$ გრამი.
სულ $400 + 600 = 1000$ გრამ ახალ შენადნობში იქნება $180 + 120 = 300$ გრამი ვერცხლი, რომელიც მიღებული შენადნობის 30%-ია. პასუხი: 30%.

14. მართკუთხედის გვერდები აღვნიშნოთ 3x-ით და 8x-ით.
მართკუთხედის პერიმეტრი იქნება $2(3x + 8x) = 22x = 1,21$ დმ, საიდანაც $x = 0,055$ დმ,
მაშინ მართკუთხედის უდიდესი გვერდის სიგრძე იქნება $0,055 \cdot 8 = 0,44$ დმ.

16. 10 კმ = 100 000 სმ.
რადგან რუკაზე 2 სმ შეესაბამება რეალურ 100 000 სმ-ს, ე.ი. რუკის მასშტაბი ყოფილა 1 : 50 000.
შევნიშნოთ, რომ რუკის მანძილსა და რეალურ მანძილს შორის პირდაპირპროპორციული დამოკიდებულებაა, ამიტომ 2 სმ – 10 კმ
x სმ – 65 კმ
პროპროციით $10x = 130$, საიდანაც $x = 13$ სმ.

18. 400 სახეობიდან 55% ანუ 220 მცენარეა, რომელთაგან 30 % ენდემური სახეობაა ანუ $220 \cdot 0{,}3 = 66$. პასუხი: 66.

19. ორი ნაყინის საწყისი ფასის $100\% - 20\% = 80\%$ არის 2 ლარი და 40 თეთრი,
$\frac{2{,}40}{80} \cdot 100\% = 3$ ლარი, ანუ ერთი ნაყინის საწყისი ფასია 1,50 ლარი.
პასუხი: 1 ლარი და 50 თეთრი.

21. წელს ითამაშა 3-ით მეტი თამაში, რაც შარშანდელი თამაშების მეხუთედია, ანუ 20%.
პასუხი: 20%.

25. ა) შიგა ჯვარედინი კუთხეები ტოლია, $210° : 2 = 105°$.
ამ კუთხის მოსაზღვრე მახვილი კუთხე იქნება $180° - 105° = 75°$.
პასუხი: 75°.

26. რადგან გოგოების რაოდენობა 55%-ს შეადგენს, ბიჭების რაოდენობა 45% იქნება. პირობის მიხედვით განსხვავება 10% 90 ბავშვია, ანუ ბანაკში ბავშვების რაოდენობა იქნება 900. პასუხი: 900 ბავშვი

28. შევნიშნოთ, რომ ხაბაზების რაოდენობასა და გამომცხვარ პურს შორის პირდაპირ-პროპორციული დამოკიდებულებაა, ამავე დამოკიდებულებაშია სამუსაოს დროსა და გამომცხვარ პურის რაოდენობას შორის. შსაბამისად
ა) 6 ხაბაზი 2 ხაბაზთან შედარებით იგივე დროში სამჯერ მეტ პურს გამოაცხობს. $36 \cdot 3 = 108$.
ბ) 2 ხაბაზი 4 საათში (2-ჯერ მეტ დროში) 2-ჯერ მეტ პურს გამოაცხობს. $36 \cdot 2 = 72$.
გ) ჯერ გამოვითვალოთ 1 ხაბაზი 1 საათში რამდენ პურს აცხობს $36 : 2 : 2 = 9$ პურს, საიდანაც გამომდინარეობს, რომ 3 ხაბაზი 5 საათში გამოაცხობს $9 \cdot 3 \cdot 5 = 135$ პურს

34. 6 დურგ. – 10 დღ. – 1 ერთ. მათ ერთად მხოლოდ ორი დღე იმუშავეს, ე.ი.
6 დურგ. – 2 დღ. – $\frac{1}{5}$ ნაწ. 8 დურგ. – x დღ. – $\frac{4}{5}$ ნაწ. x = 6დღე.

36. ა) $1{,}5x+3{,}5x=9$; $10x=18$.

37. $\alpha+\alpha+50°=180°$, $\alpha=65°$.
$\angle KOB = \frac{65}{2} + (180° - \alpha) = 147{,}5°$.

38. 12 ცხ. – 15დღ. – 1 ერთ. თივა.

უკუპრ. პირდაპირპრ.

$$\begin{cases} 12 \text{ ცხ.} \leftrightarrow 5 \text{ დღ.} - \frac{1}{3} \text{ ნაწ.} \\ 8 \text{ ცხ.} \leftrightarrow x \text{ დღ.} - \frac{2}{3} \text{ ნაწ.} \end{cases}$$

$$12 \cdot 5 \cdot \frac{2}{3} = 8 \cdot x \cdot \frac{1}{3}$$

საზოგადოდ, მუშახელის რაოდენობასა და დროს შორის უკუპროპორციული, ხოლო დროსა და შესრულებულ სამუშაოს შორის პირდაპირპროპორციული დამოკიდებულებაა. ამიტომ თუ გამოვიყენებთ ამ დამოკიდებულებათა თვისებებს, მივიღებთ ასეთ მოკლე სქემას.

x=15 დღ. რა თქმა უნდა, ეს ამოცანა შეგიძლიათ კლასში ამოხსნათ არა ამ გზით, არამედ როგორც სახელმძღვანელოშია განხილული.

39. 3 ტბ. – 5სთ. – 1 სიმძლავრე ნიშნავს: 1 სთ-ში რა ნაწილის შესრულება შეუძლია.

1 ტბ. – 1 სთ. – $\frac{1}{15}$ ნაწ. სიმძლავრე გაიზარდა 25%-ით ე.ი. გახდა: $\frac{1}{15}+\frac{1}{15}\cdot\frac{25}{100}=\frac{1}{12}$ ნაწ. მივიღეთ:

1 ტბ. – 1სთ. – $\frac{1}{12}$ ნაწ.

2 ტბ. – x სთ. – 1 $\qquad$ x= 6 სთ.

46. ციფრთა ჯამი 12-ის ტოლი აქვთ შემდეგ რიცხვებს: 93; 84; 75; 66; 57; 48; 39.
$93\cdot 4-55=...7$ და ა.შ. შმოწმებით დაგვრჩება მხოლოდ ორი რიცხვი. ესენია 84 და 39.
აქედან კი: $39\cdot 4-55=101$. პას. 39.

48. ვთქვათ მდინარის დინების სიჩქარეა xკმ/სთ.

↑↑	3 სთ	(x+20)კმ/სთ	3(x+20)კმ	
↓↑	2 სთ	(20 – x)კმ/სთ	2(20 – x)კმ	მივიღებთ: 3(x+20) = 2(20 – x)+30

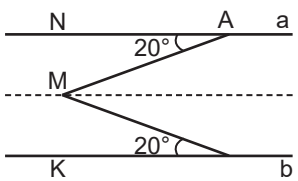
x=2კმ/სთ.

52. თანხა, რაც იხარჯებოდა მოცემული რაოდენობის შაქრის საყიდლად არ იცვლება. ამიტომ რამდენჯერაც შემცირდება 1კგ შაქრის ფასი იმდენჯერ გაიზრდება შესასყიდ ი შაქრის რაოდენობა. ე.ი. გვაქვს უკუპროპორციული დამოკიდებულება. ამრიგად გაიაფების შემდეგ შესყიდული შაქრის რაოდენობა მანამდე შესყიდულ შაქრის რაოდენობაზე მეტი იქნება $\frac{100\%}{80\%}=\frac{5}{4}$-ჯერ. რაც ნიშნავს: თუ მანამდე ვყიდულობდით 4x კგ-ს ახლა ვიყიდით 5x კგ-ს, ანუ x კგ--ით მეტს. x არის 4x-ის $\frac{x}{4x}\cdot 100\%=25\%$-ით.
პას.: 25%-ით.

N53 სუფთა სპირტი კოლბაში არის $\frac{1}{3}$-ის $\frac{3}{5}$ ნაწ. = $\frac{1}{3}$ ნაწ. (მთელი კოლბის). ე.ი. წყლის დამატების შემდეგ სავსე კოლბაში მისი $\frac{1}{5}$ ნაწ. სუფთა სპირტია.

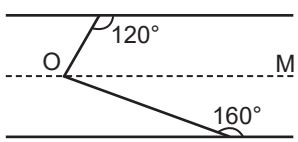
მივიღეთ $\frac{\frac{1}{5}}{1}\cdot 100\%=20\%$-იანი სპირტხსნარი.

54. ა)



გავატაროთ MF||b||a. ∠NAM = ∠AMB=20° (ჯვ. კუთხეები).
ასევე ∠KBM=∠BMF =10°.
აქედან ∠AMB = 30°.

ბ)



OM||b, ∠AOM=180° – 120° = 60° = 60°
∠KOM=180° – 160°=20°
∠AOK=60°+20°=80°

თავი IV

თემატური ბლოკი: სამკუთხედი.		
სამიზნე ცნებები	შედეგის მიღწევის ინდიკატორები	საკითხები/ქვესაკითხები
მათემატიკური მოდელი	- სამკუთხედების კლასიფიკაცია, სამკუთხედის შიგა კუთხეების ჯამის ცოდნა, სამკუთხედის გარე კუთხის განმარტება და დახაზვა კონკრეტულ შემთხვევაში; - სამკუთხედის მედიანა, ბისექტრისა სიმაღლე-თითოეულის განმარტება, დახაზვა და შესაბამისად მონიშვნა. • გარემო სამყაროში სამკუთხედების დაფიქსირება და იმის აღნიშვნა,თუ რა უპირატესობა აქვს სამკუთხედს ამ კონკრეტულ სიტუაციაში სხვა გეომეტრიულ ფიგურებთან შედარებით.	**სამკუთხედის სახეები** - ტოლფერდა, ტოლგვერდა, სხვადასხვაგვერდა; - მახვილკუთხა, მართკუთხა, ბლაგვკუთხა. **სამკუთხედის შიგა კუთხეების ჯამი;** **სამკუთხედის გარე კუთხე** - გარე კუთხის თვისება. • სამკუთედის მედიანა; • სამკუთხედის ბისექტრისა; • სამკუთხედის სიმაღლე.
კანონზომიერება	• სამკუთხედების კლასიფიკაცია, როგორც გვერდების, ისე კუთხეების მიხედვით. თითოეულის დახასიათება და ცხოვრებისეულ მაგალითებში მათი ამოცნობა. • სამკუთხედის უცნობი კუთხის გამოთვლა, შესაბამისი მოცემულობებით. • სამკუთხედის მედიანა, ბისექტრისა, სიმაღლის განმარტება, დახაზვა.	

ლოგიკა/ლოგიკური მსჯელობა	• სამუთხედების კლასიფიკაცია, რეალურ ცხოვრებაში მათი დაფიქსირება. • სამკუთხედის შიგა კუთხეების ჯამზე, გარე კუთხეზე მსჯელობა შესაბამის ამოცანებში. • სამკუთხედის მნიშვნელოვანი მონაკვეთების(მედიანა, ბისექტრისა, სიმაღლე) ერთმანეთისაგან გამიჯვნა, შესაბამისი ნახაზების შედგენა. • მსჯელობა, ჰიპოთეზების ჩამოყალიბება, მათი დადასტურება ან უარყოფა კონტრმაგალითით.	

სწავლის შედეგები: 1. საკვლევი ობიექტის, პროცესის, სიტუაციის, მოვლენის აღმწერი **მათემატიკური მოდელის** შექმნა, აგება და მისი გამოყენება შესაბამისი პრობლემის გადასაჭრელად, მიღებული შედეგების წარდგენა და ვიზუალიზაცია ციფრული ტექნოლოგიების გამოყენებით, მოვლენის ანალიზისა და შესწავლისთვის.

2. რიცხვებში, მიმართებების, დამოკიდებულებების (მათ შორის, ფუქნციური დამოკიდებულებების) და **კანონზომიერებების** აღმოჩენა, აღწერა, გაგრძელება, გამოყენება მათემატიკური მოდელის შექმნა და გამოყენება მათემატიკური, საბუნებისმეტყველო ან ყოველდღიური მოვლენების გასააზრებლად, პროგნოზირებისა და პრობლემის გადასაჭრელად.

3. ლოგიკური მსჯელობა, შესაბამისი სიმბოლოებისა და ტერმინების გამოყენება მათემატიკური ობიექტების, მათი თვისებების და მათ შორის მიმართებების დასაბუთებისა და ახსნისთვის; რეალური მოვლენის, მათემატიკური ობიექტების განხილვისას მიზეზ-შედეგობრივი კავშირების დადგენა ინდუქციური ან დედუქციური მსჯელობის გამოყენებით; ინფორმაციის ანალიზი და მიღებული დასკვნების ლოგიკური დასაბუთება. მსჯელობის პროცესის განვითარება, ალტერნატიული გზების მოძიება, მიღებული გადაწყვეტილებების სისწორისა და ეფექტიანობის შეფასება რეალური და მათემატიკური პრობლემის გადაჭრისთვის.

საკვანძო შეკითხვები:

- როგორ სამკუთხედებად იყოფა სამკუთხედები გვერდების მიხედვით?
- როგორ სამკუთხედებად იყოფა სამკუთხედები კუთხეების მიხედვით?
- რისი ტოლია სამკუთხედის შიგა კუთხეების ჯამი?
- რას წარმოადგენს სამკუთხედის გარე კუთხე და რა თვისება მას?
- რას წარმოადგენს სამკუთხედის მედიანა?
- რას წარმოადგენს სამკუთხედის ბისექტრისა?
- რას წარმოადგენს სამკუთხედის სიმაღლე?

1-2. სამკუთხედი, სამკუთხედების კლასიფიკაცია.

გაკვეთილის თემა: სამკუთხედი.

გაკვეთილის ტიპი: ახალი მასალა.

გაკვეთილის მიზანი: დავანახოთ მოსწავლეებს, რა დატვირთვა აქვს სამკუთხედს, როგორც გეომეტრიულ ფიგურას პრაქტიკაში და ბუნებაში.

აქტივობა: წინა გაკვეთილი ალგებრის გაკვეთილი იყო, ამდენად აუცილებელია დავალების ამოცანების განხილვა და შემდეგ გადასვლა ახალ თემაზე;

პირველი პარაგრაფი მოსწავლეებს აცნობს, რა დატვირთვა აქვს სამკუთხედს ბუნებაში, ინჟინერიაში, ტექნოლოგიებში, ხელოვნებაში. ამისთვის პარაგრაფში მოყვანილი მაგალითების გარდა, უამრავი სხვა მაგალითი არსებობს, შეგიძლიათ მოსწავლეებს შესთავაზოთ, თავადაც მოიძიონ ინტერნეტში, რაც აუცილებლად დააინტერესებთ.

დავსვათ შეკითხვები – რა ელემენტებისგან შედგება სამკუთხედი? რამდენი გვერდი აქვს? რამდენი კუთხე? რა დამოკიდებულება შეიძლება იყოს გვერდებს შორის? რამდენი გვერდი შეიძლება იყოს ტოლი? განვმარტოთ – სხვადასხვაგვერდა, ტოლფერდა და ტოლგვერდა სამკუთხედები. არც პერიმეტრის ცნებაა მათთვის ახალი – შევახსენოთ.

განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია სხვადასხვა მდებარეობაში დახაზული ერთი და იმავე ტიპის სამკუთხედების ჩვენება, რათა მოსწავლემ ფიგურის ტიპი არ დაუკავშიროს მის სივრცით ორიენტაციას.

მოსალოდნელი სირთულე და მხარდაჭერა: მოსწავლემ, შესაძლოა, სამკუთხედი კლასიფიკაციის ნიშნის ნაცვლად მხოლოდ ვიზუალური მსგავსებით ამოიცნოს. მაგალითად, მართკუთხა სამკუთხედი ვერ ამოიცნოს, თუ იგი მისთვის უჩვეულო მდებარეობაშია დახაზული.

ასეთ შემთხვევაში, მიზანშეწონილია, კითხვა: „რომელი თვისება უნდა შეამოწმო იმის მიუხედავად, როგორ არის სამკუთხედი დახაზული?“

გაკვეთილი გათვლილია ორ საათზე. შეიძლება თემატიკაც გავყოთ და სამკუთხედების კუთხეების მიხედვით კლასიფიკაცია გადავიტანოთ მეორე გაკვეთილზე. ასეთ შემთხვევაში პირველ გაკვეთილზე გავარჩევთ პარაგრაფში განხილულ ამოცანას, სავარჯიშოებიდან – №№ 1, 2, 6. სახლში დავალებად, სასურველია, №№ 3, 7, 8, 9, 10, 17.

აქტივობა მეორე გაკვეთილზე:

მეორე გაკვეთილზე ჯერ გავარჩიოთ საშინაო დავალების ყველა ამოცანა. თითოეულ ამოცანაზე იმსჯელონ როგორია სამკუთხედი? ტოლფერდაა – განმარტონ, ტოლგვერდაა- განმარტონ. ვკითხოთ, თუ მოიძიეს თქვენს მიერ მიწოდებული მაგალითების გარდა, სამკუთხედების გამოყენების სხვა ფაქტები.

ამის შემდეგ გავახსენოთ კუთხეების სახელები – 0°-იანი, მახვილი, მართი, ბლაგვი, გაშლილი. ცხადია, იტყვიან, როგორც 0°-იანი კუთხე ვერ იქნება სამკუთხედში, ასევე ვერ იქნება გაშლილი კუთხე. ამის შემდეგ დავარქვათ სამკუთხედებს სახელები კუთხეების მიხედვით- მახვილკუთხა, მართკუთხა, ბლაგვკუთხა. მივაწოდოთ მართკუთხა სამკუთხედის გვერდების სახელები – კათეტები, ჰიპოტენუზა.

კლასში, სასურველია, გავარჩიოთ №№ 4, 5, 8, 9.

მოსწავლეს დაფაზე დავახაზინოთ – მოვემზადოთ შემდეგი გაკვეთილისთვის, ამოცანის შესაბამისი ნახაზი. გავახსენოთ პარალელურ წრფეთა თვისებები. ამის შემდეგ ამოხსნან ამოცანა.

დარჩენილი სავარჯიშოები მივცეთ სახლში დავალებად.

ამოხსნები, მითითებები:

2. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ ტოლფერდა სამკუთხედში ორი გვერდის სიგრძე ტოლია და მათ ფერდები ეწოდება, ხოლო სამკუთხედის პერიმეტრი სამივე გვერდის სიგრძეების ჯამია.
- პირობის მიხედვით, ტოლფერდა ABC სამკუთხედის თითოეული ფერდის სიგრძეა 15 სმ, ხოლო პერიმეტრია $P_{ABC} = 40$ სმ.
- თუ ფუძის სიგრძეს აღვნიშნავთ x სმ-ით, მაშინ მივიღებთ: 15 + 15 + x = 40.
- ვიპოვოთ x: 30 + x = 40, x = 10 სმ.

პასუხი: სამკუთხედის ფუძის სიგრძეა 10 სმ.

კითხვა მსჯელობისთვის: შეიძლება თუ არა ტოლფერდა სამკუთხედის პერიმეტრი იყოს 25 სმ, თუ მისი ფერდის სიგრძეა 15 სმ? დაასაბუთეთ პასუხი.

3. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ ტოლგვერდა სამკუთხედში სამივე გვერდის სიგრძე ტოლია, ხოლო პერიმეტრი სამივე გვერდის სიგრძეების ჯამის ტოლია.
- პირობის მიხედვით, ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძეზე გარედან აგებულია ტოლგვერდა სამკუთხედი, რომლის პერიმეტრია 135 სმ. ამიტომ ტოლგვერდა სამკუთხედის თითოეული გვერდის სიგრძეა 135 : 3 = 45 (სმ). რადგან ტოლგვერდა სამკუთხედის ერთი გვერდი ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძეა, მივიღებთ, რომ ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძის სიგრძეა 45 სმ.
- პირობის მიხედვით, ტოლფერდა სამკუთხედის პერიმეტრია 167 სმ. თუ ფერდის სიგრძეს აღვნიშნავთ x სმ-ით, მაშინ 45 + x + x = 167.

კითხვა მსჯელობისთვის: შეიცვლებოდა თუ არა პასუხი, თუ ტოლგვერდა სამკუთხედი ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძეზე შიგნით იქნებოდა აგებული და არა გარედან? ახსენით, რატომ.

5. ვთქვათ, ABC სამკუთხედის AC გვერდთან მდებარე A და C კუთხეები მართია, მაგრამ ისინი წარმოადგენენ შიგა ცალმხრივ მდებარე კუთხეებს AB და BC წრფეებისა და AC მკვეთისთვის. ე.ი წრფეები (სამკუთხედის ორი გვერდი) პარალელურია და გადაკვეთის წერტილი არ შეიძლება ჰქონდეთ.

6. რადგან სამკუთხედი ტოლგვერდაა, მისი ნებისმიერი გვერდი ტოლია 210:3=70(სმ)=7(დმ). ე.ი. ნებისმიერი ორი გვერდის ჯამი 14 დმ-ია.

9. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ სამკუთხედის პერიმეტრი მისი სამივე გვერდის სიგრძეების ჯამს უდრის. ასევე გავახსენოთ, რომ 1 დმ = 10 სმ.
- პირობის მიხედვით, სამკუთხედის ერთი გვერდის სიგრძეა 70 სმ.

მეორე გვერდი მასზე 2 დმ-ით მეტია, ანუ, მეორე გვერდის სიგრძეა 70 + 20 = 90 (სმ).
მესამე გვერდის სიგრძე პირველი გვერდის სიგრძეზე 3 დმ-ით ნაკლებია, ანუ 70−30=40(სმ).

- სამკუთხედის პერიმეტრი იქნება: 70 + 90 + 40 = 200 (სმ).

პასუხი: სამკუთხედის პერიმეტრია 200 სმ.

კითხვა მსჯელობისთვის: რატომ არის აუცილებელი ამოცანის ამოხსნისას ჯერ დეციმეტრები სანტიმეტრებში გადავიყვანოთ? შეიძლება თუ არა პერიმეტრის პოვნა ერთეულების გარდაქმნის გარეშე? ახსენით.

12. $x + x + 3{,}2 + 9 = 29$, საიდანაც $x = 8{,}4$.

14. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ ტოლფერდა სამკუთხედში ორი ფერდი ტოლია, ხოლო პერიმეტრი სამივე გვერდის სიგრძეების ჯამს უდრის.
- პირობის მიხედვით, ტოლფერდა სამკუთხედის ერთ-ერთი ფერდისა და ფუძის სიგრძეთა ჯამია 27 სმ. თუ ფერდის სიგრძეს აღვნიშნავთ x სმ-ით, მაშინ ფუძის სიგრძე იქნება (x+5) სმ. მივიღებთ განტოლებას: x+(x+5)=27.
- ვიპოვოთ x: 2x+5=27,2x=22,x=11 სმ. მაშასადამე, ფუძის სიგრძეა 11+5=16 სმ
- ვიპოვოთ სამკუთხედის პერიმეტრი: 11+11+16=38 სმ.

პასუხი: სამკუთხედის პერიმეტრია 38 სმ.

კითხვა მსჯელობისთვის: შეიძლება თუ არა ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძე ფერდზე 25 სმ-ით ნაკლები იყოს, ხოლო სამკუთხედის პერიმეტრი უდრიდეს 48 სმ-ს? დაასაბუთეთ პასუხი.

15. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ ტოლგვერდა სამკუთხედში სამივე გვერდი ტოლია.
- ნახაზის მიხედვით, ABC სამკუთხედი ტოლგვერდაა, ამიტომ AB = BC = AC. მოცემულია: AB = y + 1, BC = x + 2, AC = 3x − 7.
- რადგან BC = AC, მივიღებთ: x + 2 = 3x − 7. აქედან 2x = 9, x = 4,5 მეტრი.
  დ) რადგან AB = BC, მივიღებთ: y + 1 = x + 2. აქედან y = x + 1. რადგან x = 4,5, მივიღებთ: y = 4,5 + 1 = 5,5 მეტრი.
- ამიტომ x + y = 4,5 + 5,5 = 10 მეტრი.

პასუხი: x + y = 10 მეტრი.

კითხვა მსჯელობისთვის: იგივე ამოცანის პირობაში, ABC ტოლგვერდა სამკუთხედი რომ შეცვლილიყო ტოლფერდა სამკუთხედით, მაშინ შევძლებდით x-ის და y-ის ზომების დადგენას?

16. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ ტოლფერდა სამკუთხედში ორი გვერდი ტოლია. ამიტომ ამოცანაში უნდა განვიხილოთ შემთხვევები თუ, რომელი ორი გვერდი შეიძლება იყოს ტოლი.
- ნახაზის მიხედვით, სამკუთხედის გვერდების სიგრძეებია: AB = x − 1, BC = x + 3, AC = 7.
- პირველი შემთხვევა: AB = BC. მაშინ x − 1 = x + 3, რაც შეუძლებელია, რადგან −1 ≠ 3.
  დ) მეორე შემთხვევა: AB = AC. მაშინ x − 1 = 7, x = 8. ამ შემთხვევაში გვერდების სიგრძეებია: AB = 7 მ, AC = 7 მ, BC = 11 მ, ხოლო სამკუთხედის პერიმეტრია 25 მეტრი.
- მესამე შემთხვევა: BC = AC. მაშინ x + 3 = 7, x = 4. ამ შემთხვევაში გვერდების სიგრძეებია: BC = 7 მ, AC = 7 მ, AB = 3 მ, ხოლო სამკუთხედის პერიმეტრია 17 მეტრი.

პასუხი: სამკუთხედის პერიმეტრია 25 მეტრი ან 17 მეტრი.

კითხვა მსჯელობისთვის: რატომ არ შეიძლება ტოლი გვერდები იყოს AB და BC?

17. ამოცანის პირობის თანახმად: 2x + 3x + 4x = 10,8; x = 1,2 (სმ).
სამკუთხედის გვერდების სიგრძეებია: 2,4 სმ, 3,6 სმ და 4,8 სმ.

18. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ სამკუთხედის პერიმეტრი მისი სამივე გვერდის სიგრძეების ჯამს უდრის.
- მონაკვეთი, რომლის ერთი ბოლო სამკუთხედის წვეროს ემთხვევა, ხოლო მეორე ბოლო მოპირდაპირე გვერდზე მდებარეობს, სამკუთხედს ორ შედარებით „პატარა“ სამკუთხედად ყოფს. ამ ორი პატარა სამკუთხედის პერიმეტრების ჯამში თავდაპირველი სამკუთხედის ყველა გვერდი ერთხელ შედის, ხოლო „გამყოფი“ მონაკვეთი — ორჯერ.

- ამიტომ ადგილი უნდა ჰქონდეს ტოლობას: 60 + 70 = 90 + 2x, სადაც x აღნიშნავს გამყოფი მონაკვეთის სიგრძეს სანტიმეტრებში.
- ვიპოვოთ x: 130 = 90 + 2x, 2x = 40, x = 20 სმ. **პასუხი:** ზემოაღნიშნული მონაკვეთის სიგრძეა **20 სმ**.

კითხვა მსჯელობისთვის: რატომ ითვლება გამყოფი მონაკვეთი ორი „პატარა“ სამკუთხედის პერიმეტრების ჯამში ორჯერ?

3. სამკუთხედის შიგა კუთხეების ჯამი.

გაკვეთილის თემა: სამკუთხედის კუთხეების ჯამი;

გაკვეთილის ტიპი: ახალი მასალის მიწოდება;

გაკვეთილის მიზანი: მოსწავლემ უნდა გაიაზროს, რომ ნებისმიერ სამკუთხედში კუთხეების ჯამი არ არის დამოკიდებული არც გვერდების სიგრძეებზე და არც სამკუთხედის კუთხეების გრადუსულ ზომებზე. უნდა შეძლოს, ნებისმიერ სამკუთხედში, ორი კუთხის მოცემულობით მესამე კუთხის პოვნა, ან ამოცანის პირობების შესაბამისი განტოლების შედგენა, საიდანაც კუთხეების პოვნას მოახერხებს, მართკუთხა სამკუთხედის ერთი მახვილი კუთხის მეორეთი გამოსახვა.

აქტივობა: დავალების შემოწმების და შეკითხვების გარჩევის შემდეგ, წინარე ცოდნის გააქტიურების მიზნით, დავსვათ შეკითხვები:

- როგორ სამკუთხედებს გაეცანით, რის მიხედვით ხდება სამკუთხედების კლასიფიკაცია?
- დაახასიათეთ თითოეული დასახელებული სამკუთხედი;

დავალების შემოწმების შემდეგ შევახსენოთ მოსწავლეებს წინა გაკვეთილის ბოლოს გარჩეული ამოცანა. დაფაზე სამკუთხედის დახაზვის შემდეგ ვუკარნახოთ მათ, რომ ერთ-ერთ წვეროზე გაატარონ მოპირდაპირე გვერდის პარალელური წრფე. დავსვათ კითხვები პარალელური წრფეების თვისებებთან დაკავშირებით. ყოველივე ამის შემდეგ, მათ არ გაუჭირდებათ შესაბამისი დასკვნის გაკეთება.

მოსწავლეებს შევთავაზოთ სხვადასხვა ფორმისა და ზომის სამკუთხედები და ვკითხოთ:

„როგორ ფიქრობთ, შეიცვლება თუ არა კუთხეების ჯამი, თუ სამკუთხედის ფორმას შევცვლით?“

მოსწავლეებმა ჯერ გამოთქვან ვარაუდი, შემდეგ შეამოწმონ რამდენიმე მაგალითზე და ბოლოს დაუკავშირონ მიღებული შედეგი დასაბუთებას.

მნიშვნელოვანია გაიმიჯნოს:

მაგალითებით შემოწმება — გვაძლევს ვარაუდის საფუძველს;

დასაბუთება — გვაძლევს საშუალებას ვთქვათ, რომ თვისება ყველა სამკუთხედისთვის სრულდება.

ამოცანის ამოხსნისას, სასურველია, მოსწავლეს ვთხოვოთ არა მხოლოდ უცნობი კუთხის პოვნა, არამედ გამოყენებული სტრატეგიის დასახელებაც:

„რომელი ცნობილი ფაქტი გამოიყენე და რატომ იყო ის გამოსადეგი ამ ამოცანაში?“

მოსალოდნელი სირთულე და მხარდაჭერა

მოსწავლემ შეიძლება იცოდეს „180°“, მაგრამ ვერ განსაზღვროს, როდის უნდა გამოიყენოს ეს თვისება.

ასეთ შემთხვევაში პირდაპირ პასუხის მინიშნების ნაცვლად დავუსვათ:

„რომელი სამი კუთხე ქმნის ამ სამკუთხედის შიგა კუთხეების სრულ ერთობლიობას?“

შემდეგ:

„რა იცი მათი ჯამის შესახებ?“

ამგვარად მინიშნება მიმართულია სტრატეგიის აღმოჩენისკენ.

პარაგრაფში გარჩეული ამოცანის განხილვის შემდეგ გავაკეთებინოთ მნიშვნელოვანი დასკვნა – მართკუთხა სამკუთხედის მახვილი კუთხეების ჯამი 90°-ია. დავსვათ პარაგრაფში დასმული კითხვები, სავარჯიშოებიდან მე-2 ნომერი გავაკეთებინოთ ზეპირად. კლასში გავარჩიოთ შემდეგი სავარჯიშოები: №№ 4, 7, 11, 12. თითოეული ამოცანა, გარდა გამოთვლების ჩატარებისა, ითხოვს მსჯელობას, რაც აუცილებელია მოსწავლეებმა ჩაატარონ. დანარჩენი სავარჯიშოები მივცეთ საშინაო დავალებად.

ამოხსნები მითითებები:

3. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ სამკუთხედის შიდა კუთხეების გრადუსული ზომების ჯამი 180°-ია.
- პირობის მიხედვით, სამკუთხედის ერთი კუთხის გრადუსული ზომაა 16°, ხოლო დანარჩენი ორი კუთხე ტოლია. აღვნიშნოთ თითოეული მათგანი (x°)-ით.
- რადგან სამკუთხედის კუთხეების ჯამი 180°-ია, მივიღებთ: $16° + x + x = 180°$.
- ვიპოვოთ x -ის გრადუსული ზომა: $2x = 180° - 16° = 164°$, ანუ $x = 82°$.

პასუხი: დანარჩენი ორი კუთხის გრადუსული ზომებია **82°** და **82°**.
კითხვა მსჯელობისთვის: როგორ შეიცვლებოდა პასუხი, თუ 16°-იანი კუთხის ნაცვლად მოცემული იქნებოდა 40°? ახსენით, როგორ იპოვეთ დანარჩენი ორი კუთხე.
4. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ სამკუთხედის შიდა კუთხეების გრადუსული ზომების ჯამი 180°-ია.
- პირობის მიხედვით, სამკუთხედის კუთხეების გრადუსული ზომების შეფარდებაა $5:7:8$. აღვნიშნოთ ერთი წილი (x°)-ით. მაშინ კუთხეების გრადუსული ზომები იქნება: $5x$; $7x$; $8x$.
- რადგან სამკუთხედის კუთხეების ჯამი 180°-ია, მივიღებთ: $5x + 7x + 8x = 180°$.
- დავადგინოთ რას უდრის x: $20x = 180°$, $x = 9°$.
- ახლა ვიპოვოთ თითოეული კუთხის ზომა: $5x = 5 : 9° = 45°$, $7x = 7 \cdot 9° = 63°$, $8x = 8 \cdot 9° = 72°$.

პასუხი: სამკუთხედის კუთხეების გრადუსული ზომებია **45°, 63°** და **72°**.
კითხვა მსჯელობისთვის: რა პირობას უნდა აკმაყოფილებდეს სამკუთხედის კუთხეების შეფარდებაში მოცემული ნატურალური რიცხვების ჯამი, რათა თითოეული კუთხის გრადუსული ზომა მთელი რიცხვი გამოვიდეს? (ამოცანა №5) სამკუთხედის რომელიღაც ორი კუთხის გრადუსულ ზომათა სხვაობა უდრის მესამე კუთხეს. იპოვეთ ასეთი სამკუთხედის უდიდესი კუთხის გრადუსული ზომა.

5. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ სამკუთხედის შიდა კუთხეების გრადუსული ზომების ჯამი 180°-ია.
- პირობის მიხედვით, რომელიღაც ორი კუთხის გრადუსული ზომის სხვაობა მესამე კუთხის გრადუსული ზომის ტოლია. აღვნიშნოთ სამკუთხედის კუთხეების გრადუსული ზომები α; β; γ ცვლადებით. დავუშვათ $\alpha > \beta$ და $\alpha - \beta = \gamma$. როგორც ჩანს, α ყველაზე დიდი ზომის კუთხეა.
- რადგან $\alpha + \beta + \gamma = 180°$ და $\gamma = \alpha - \beta$, ამიტომ მივიღებთ: $\alpha + \beta + (\alpha - \beta) = 180°$.
- გავამარტივოთ მიღებული ტოლობა: $2\alpha = 180°$, $\alpha = 90°$. რადგან α უდიდესი კუთხეა, მივიღებთ, რომ მისი გრადუსული ზომაა 90°.

პასუხი: სამკუთხედის უდიდესი კუთხის გრადუსული ზომაა 90°.

კითხვა მსჯელობისთვის: რა შეიძლება ითქვას ასეთი სამკუთხედის სახეზე? რატომ?
კითხვა მსჯელობისთვის: როგორ შეიცვლებოდა ამოხსნის პროცესი თუ პირობაში იქნებოდა ნათქვამი, რომ რომელიღაც ორი კუთხის გრადუსულ ზომათა ჯამი უდრის მესამეს.

6. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ სამკუთხედის შიდა კუთხეების გრადუსული ზომების ჯამი 180°-ია.
- პირობის მიხედვით, ერთი კუთხე 20°-ით ნაკლებია მეორეზე და 2-ჯერ ნაკლებია მესამეზე. აღვნიშნოთ ეს კუთხე x°-ით. მაშინ მეორე კუთხე იქნება (x+20)°, ხოლო მესამე — 2x°.
- რადგან სამკუთხედის კუთხეების ჯამი 180°-ია, ამიტომ: $x + (x + 20°) + 2x = 180°$.
- ამოვხსნათ განტოლება: $4x + 20° = 180°$, $4x = 160°$, $x = 40°$.
- ვიპოვოთ დანარჩენი კუთხეები: $x + 20° = 60°$, $2x = 80°$.

  პასუხი: სამკუთხედის კუთხეების გრადუსული ზომებია 40°, 60° და 80°.

  კითხვა მსჯელობისთვის: როგორ შეიცვლებოდა პასუხი, თუ პირობაში ეწერებოდა, რომ ერთი კუთხე 20°-ით მეტია მეორეზე და 2-ჯერ ნაკლებია მესამეზე? განიხილეთ შესაძლო შემთხვევები.

7. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ სამკუთხედის შიდა კუთხეების გრადუსული ზომების ჯამი 180°-ია.
- პირობის მიხედვით, სამკუთხედის ნებისმიერი ორი კუთხის გრადუსული ზომების ჯამი აღემატება მესამე კუთხის გრადუსულ ზომას. აღვნიშნოთ უდიდესი კუთხის გრადუსული ზომა α-თი, ხოლო დანარჩენი ორის — β-თი და γ-თი. მაშინ პირობის მიხედვით $\beta + \gamma > \alpha$.
- რადგან $\alpha + \beta + \gamma = 180°$, მივიღებთ $180° - \alpha > \alpha$.
- აქედან $180° > 2\alpha$ და შესაბამისად $\alpha < 90°$.
- მაშასადამე, სამკუთხედის უდიდესი კუთხეც კი 90°-ზე ნაკლებია. ამიტომ სამივე კუთხე მახვილია.

პასუხი: ასეთი სამკუთხედი მახვილკუთხაა.

კითხვა მსჯელობისთვის: იქნება თუ არა მართებული შებრუნებული დებულება? ანუ თუ სამკუთხედი მახვილკუთხაა, აუცილებლად აღემატება თუ არა ნებისმიერი ორი კუთხის გრადუსული ზომების ჯამი მესამე კუთხის გრადუსულ ზომას? დაასაბუთეთ პასუხი.

11. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ სამკუთხედის შიდა კუთხეების გრადუსული ზომების ჯამი 180°-ია.
- დავუშვათ, რომ სამკუთხედის უდიდესი კუთხის ზომა 60°-ზე ნაკლებია.
- რადგან უდიდესი კუთხე 60°-ზე ნაკლებია, მაშინ დანარჩენი ორი კუთხის ზომაც 60°-ზე ნაკლები იქნება. .ამ შემთხვევაში შიდა სამივე კუთხის გრადუსული ზომების ჯამი 180°-ზე ნაკლები გამოვა, რადგან $60° + 60° + 60° = 180°$, ხოლო სამკუთხედის თითოეული კუთხე 60°-ზე ნაკლებია. ეს კი ეწინააღმდეგება სამკუთხედის შიდა კუთხეების ჯამის შესახებ ცნობილ თვისებას.
- მაშასადამე, დაშვება მცდარია.

პასუხი: არა, შეუძლებელია, რომ სამკუთხედის უდიდესი კუთხე 60°-ზე ნაკლები იყოს.

კითხვა მსჯელობისთვის: შეიძლება თუ არა სამკუთხედის უდიდესი კუთხე ზუსტად 60°-ის ტოლი იყოს? ახსენით, რატომ (აქ შეიძლება ვკითხოთ: რა იქნება თითოეული კუთხის ზომა თუ სამკუთხედის შიდა სამივე კუთხე იქნებოდა ტოლი?).

კითხვა მსჯელობისთვის: შეიძლება თუ არა, სამკუთხედის უმცირესი კუთხის ზომა მეტი იყოს 60°-ზე? პასუხი ახსენით.

4. სამკუთხედის გარე კუთხე.

გაკვეთილის თემა: სამკუთხედის გარე კუთხე;
გაკვეთილის ტიპი: ახალი მასალის მიწოდება;
გაკვეთილის მიზანი: მოსწავლემ უნდა შეძლოს სამკუთხედის ნებისმიერ წვეროსთან მდებარე გარე კუთხის აგება და მისი გრადუსული ზომის განსაზღვრა, შედარება სამკუთხედის დანარჩენ კუთხეებთან.
აქტივობა: დავალების შემოწმების და შეკითხვების გარჩევის შემდეგ, წინარე ცოდნის გააქტიურების მიზნით, დავსვათ შეკითხვები:

- რაზეა დამოკიდებული სამკუთხედის შიგა კუთხეების ჯამი?
- როგორ კუთხეებს ეწოდება მოსაზღვრე კუთხეები?

გავახსენოთ მოსწავლეებს მოსაზღვრე კუთხეები და მათი თვისება (დასმული კითხვებით შევეცადოთ თვითონ ჩამოაყალიბოს გარე კუთხის განმარტებაც და თვისებაც) ამის შემდეგ დაფასთან გამოსული მოსწავლე ხაზავს სამკუთხედს და თითოეულ წვეროსთან გარე კუთხეს. ხედავენ, რომ თითოეულ წვეროსთან ასეთი კუთხე ორია. ავუხსნათ, რომ როცა ვამბობთ გარე კუთხეს, ყოველთვის ვგულისხმობთ მხოლოდ ერთ კუთხეს. სამკუთხედის შიგა კუთხეების ჯამის და მოსაზღვრე კუთხეების თვისების ცოდნის საფუძველზე, მოსწავლეებმა შესაძლოა თავად დაამტკიცონ სამკუთხედის გარე კუთხის თვისება. შეიძლება შემდეგი დამტკიცებაც ჩავატარებინოთ:
გავავლოთ CK პარალელური AB-სი. კითხვები:
რომელ კუთხეებს ხედავთ ერთმანეთის ტოლს, ახსენით, რატომ არიან ეს კუთხეები ტოლი? რა დასკვნას გამოიტანთ?
აუცილებლად დავამტკიცებინოთ პარაგრაფში განხილული ამოცანა და ხაზი გავუსვათ, რომ ამოცანაში მიღებული დასკვნა ძალიან მნიშვნელოვანი ფაქტია.

მოსწავლეებს ხშირად ეშლებათ, რომელია:

- მოცემული წვეროს შიგა კუთხეს;
- ამავე წვეროს გარე კუთხეს;
- ორ დანარჩენ შიგა კუთხეს.

ამიტომ ამოცანის დაწყებამდე, სასურველია, მოსწავლემ ფერით ან სიმბოლოთი მონიშნოს: რომელია გარე კუთხე და რომელ ორ შიგა კუთხეს არ აქვს მასთან საერთო წვერო.

შეფასება

სწორი რიცხვითი პასუხი მარტო არ იყოს საკმარისი. დავაკვირდეთ, შეუძლია თუ არა მოსწავლეს ახსნას, რატომ უდრის გარე კუთხე ორი არამოსაზღვრე შიგა კუთხის ჯამს?

მეტაკოგნიცია

„ამ ამოცანის ამოხსნა ორი გზით შეიძლებოდა? რომელი გზა აირჩიე – მოსაზღვრე კუთხეების გამოყენება თუ გარე კუთხის თვისება? რატომ?“

კლასში, სასურველია, განვიხილოთ შემდეგი სავარჯიშოები – №№ 1, 3, 4, 7. დანარჩენი სავარჯიშოები მივცეთ საშინაო დავალებად.

ამოხსნები, მითითებები:

4. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ სამკუთხედის გარე კუთხე მის შესაბამის შიდა კუთხესთან მოსაზღვრეა. ამიტომ თითოეული გარე კუთხის გრადუსული ზომა ტოლია 180°-სა და შესაბამისი შიდა კუთხის გრადუსული ზომის სხვაობისა.
- მოცემულია, რომ სამკუთხედის ორი კუთხეა 78° და 55°. ვიპოვოთ მესამე კუთხე: $78° + 55° + x = 180°$, აქედან $x = 47°$.
- თითოეულ წვეროში ორი გარე კუთხეა, რომლებიც ერთმანეთის ტოლია. ამიტომ მივიღებთ: სამკუთხედის 78°-იანი კუთხის შესაბამისი ორი გარე კუთხეა $180° - 78° = 102°$;
- სამკუთხედის 55°-იანი კუთხის შესაბამისი ორი გარე კუთხეა $180° - 55° = 125°$;
- სამკუთხედის 47°-იანი კუთხის შესაბამისი ორი გარე კუთხეა $180° - 47° = 133°$.
- მაშასადამე, ექვსი გარე კუთხის გრადუსული ზომებია: 102°, 102°, 125°, 125°, 133°, 133°.
- ვიპოვოთ მათი ჯამი: $2 \cdot 102° + 2 \cdot 125° + 2 \cdot 133° = 204° + 250° + 266° = 720°$.

პასუხი: ექვსი გარე კუთხის გრადუსული ზომებია 102°, 102°, 125°, 125°, 133°, 133°, ხოლო მათი ჯამია 720°.

კითხვა მსჯელობისთვის: შეიცვლება თუ არა ექვსი გარე კუთხის გრადუსული ზომების ჯამი, თუ სამკუთხედის შიდა კუთხეების გრადუსულ ზომებს შევცვლით? ახსენით, რატომ.

5. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ მართკუთხა სამკუთხედში ერთი კუთხე 90°-ია, ხოლო დანარჩენი ორი კუთხე მახვილია და მათი ჯამი 90°-ს უდრის.
- ასევე შევახსენოთ, რომ გარე კუთხე შესაბამის შიდა კუთხესთან მოსაზღვრეა. ამიტომ მისი გრადუსული ზომა ტოლია: 180° − (შიდა კუთხის გრადუსული ზომა).
- მართი კუთხის შესაბამისი გარე კუთხე არის $180° - 90° = 90°$. დანარჩენი ორი შიდა კუთხე 90°-ზე ნაკლებია, ამიტომ მათ შესაბამისი გარე კუთხეები 90°-ზე მეტია.
- მაშასადამე, მართკუთხა სამკუთხედის ყველაზე მცირე გარე კუთხე შეესაბამება მართ კუთხეს და მისი გრადუსული ზომაა 90°.

პასუხი: მართკუთხა სამკუთხედის უმცირესი გარე კუთხის გრადუსული ზომაა 90°.

კითხვა მსჯელობისთვის: შეიძლება თუ არა სამკუთხედის უმცირესი ზომის მქონე გარე კუთხე იყოს 90°-ზე ნაკლები?

კითხვა მსჯელობისთვის: შეიძლება თუ არა სამკუთხედის უდიდესი ზომის გარე კუთხე იყოს 120°-ზე ნაკლები?

8. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ სამკუთხედის გარე კუთხის გრადუსული ზომა უტოლდება სამკუთხედის მისი არამოსაზღვრე ორი კუთხის გრადუსულ ზომათა ჯამს.
- შესაბამისად, $\angle ACD = \angle CBA + \angle CAB = 50° + 20° = 70°$ და $\angle ADC = \angle DEA + \angle DAE = 30° + 20° = 50°$.
- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ სამკუთხედის შიდა კუთხეების ჯამი 180°-ია. შესაბამისად $\angle CAD = 180° - \angle ACD - \angle CDA = 180° - 70° - 50° = 60°$.

პასუხი: სამკუთხედ ACD-ის კუთხეებია 60°, 70° და 50°.

კითხვა მსჯელობისთვის: სხვაგვარად როგორ შეგვეძლო ∠CAD-ს პოვნა ABE სამკუთხედის ABE და AED კუთხეებისა და BAE კუთხის ორი ნაწილის გრადუსული ზომების მიხედვით?

9. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ სამკუთხედის გარე კუთხე და მისი შესაბამისი შიდა კუთხე მოსაზღვრე კუთხეებია, ამიტომ მათი გრადუსული ზომების ჯამი 180°-ს.
- აგრეთვე შევახსენოთ, რომ სამკუთხედის ექვსი გარე კუთხიდან, სამკუთხედის სამი (სხვადასხვა წვეროსთან მდებარე) გარე კუთხის ზომათა ჯამი 360°-ია.
- პირობის მიხედვით, ორი განსხვავებული გარე კუთხის ჯამია 280°. თუ ამ კუთხეებს აღვნიშნავთ x°-ით და y°-ით, მაშინ მესამე გარე კუთხის ზომა იქნება $360° - (x + y) = 360° - 280° = 80°$. 80°-იანი გარე კუთხის შესაბამისი შიდა კუთხეა $180° - 80° = 100°$.

რადგან დანარჩენი ორი შიდა კუთხის გრადუსულ ზომათა ჯამი იქნება 80°, ამიტომ 100° არის სამკუთხედის უდიდესი კუთხე.

პასუხი: სამკუთხედის უდიდესი კუთხის გრადუსული ზომაა 100°.

კითხვა მსჯელობისთვის: რატომ არ შეიძლება ორი განსხვავებული გარე კუთხის ზომათა ჯამი 360°-ზე მეტი იყოს? ახსენით თქვენი პასუხი.

10. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ სამკუთხედის გარე კუთხე მის შესაბამის შიდა კუთხესთან მოსაზღვრეა, ამიტომ მათი ჯამი 180°-ია.
- ნახაზზე a წრფე ABC კუთხის გვერდებს P და Q წერტილებში კვეთს. განვიხილოთ სამკუთხედი BPQ.
- ∠APQ არის სამკუთხედი BPQ-ის P წვეროსთან მდებარე გარე კუთხე, ხოლო ∠PQC — Q წვეროსთან მდებარე გარე კუთხე. ამიტომ $\angle APQ = 180° - \angle BPQ$, $\angle PQC = 180° - \angle BQP$. დ) მოცემულია: $\angle APQ + \angle PQC = 211°$. ანუ: $(180° - \angle BPQ) + (180° - \angle BQP) = 211°$.
- მივიღებთ: $360° - (\angle BPQ + \angle BQP) = 211°$. ანუ $\angle BPQ + \angle BQP = 360° - 211° = 149°$ რადგან $\angle BPQ + \angle BQP = 149°$, ამიტომ $\angle ABC = 180° - 149° = 31°$.

პასუხი: ∠ABC = 31°.

კითხვა მსჯელობისთვის: რატომ არის ∠PBQ იგივე კუთხე, რაც ∠ABC?

კითხვა მსჯელობისთვის: რადგან ∠APQ + ∠PQC = 211° რისი ტოლი იქნებოდა PBQ სამკუთხედის, B წვეროსთან მდებარე კუთხის შესაბამისი გარე კუთხის გრადუსული ზომა?

5. სამკუთხედის მედიანა

გაკვეთილის თემა: სამკუთხედის მედიანა.

გაკვეთილის ტიპი: ახალი მასალის მიწოდება.

გაკვეთილის მიზანი: მოსწავლეს უნდა ესმოდეს რა არის მედიანა, შეეძლოს მისი გატარება სამკუთხედის ნებისმიერი გვერდისადმი. უნდა იცოდეს, რომ სამკუთხედის სამივე მედიანა ერთ წერტილში იკვეთება.

აქტივობა: დავალების შემოწმების და შეკითხვების გარჩევის შემდეგ, წინარე ცოდნის გააქტიურების მიზნით, დავსვათ შეკითხვები:

- ჩამოთვალეთ, როგორ სამკუთხედებს იცნობთ.
- რას უდრის სამკუთხედის შიგა კუთხეების ჯამი? გარე კუთხეების?
- რას წარმოადგენს სამკუთხედის გარე კუთხე და როგორ არის ის დაკავშირებული სამკუთხედის შიგა კუთხეებთან?

განვმარტოთ მედიანა. მოსწავლეებმა საკუთარ რვეულებში, სახაზავების დახმარებებით

შეასრულონ ნახაზი: სამკუთხედი-სამივე მედიანა. თავად დარწმუნდნენ იმაში, რომ სამივე მედიანა ერთ წერტილში იკვეთება. შეამოწმონ გვერდზე მჯდომი კლასელის შესრულებული დავალება, იმავე ნახაზებზე შეასრულონ წყვილებისთვის განკუთვნილი დავალება, სადაც დაინახავენ მედიანების უმნიშვნელოვანეს თვისებას, ჯერ-ჯერობით, ყოველგვარი დამტკიცების გარეშე.

მედიანის სწავლებისას ძირითადი აქცენტი გაკეთდეს არა ნახაზის ვიზუალურ „შუაზე“, არამედ შუაწერტილის თვისებაზე.
სასურველია, მოსწავლემ მედიანის აგებისას სიტყვიერად აღწეროს საკუთარი მოქმედება:
„ვპოულობ მოპირდაპირე გვერდის შუაწერტილს და შემდეგ ამ წერტილს ვაერთებ სამკუთხედის შესაბამის წვეროსთან.“
ამის შემდეგ შეიძლება კითხვა:
„როგორ გადაამოწმებ, რომ შენ მიერ მონიშნული წერტილი ნამდვილად გვერდის შუაწერტილია?“
მოსალოდნელი მცდარი წარმოდგენა
მოსწავლემ შეიძლება მედიანა ჩათვალოს მონაკვეთად, რომელიც:

- სამკუთხედს ვიზუალურად ორ თანაბარ ნაწილად ყოფს;
- აუცილებლად მართობულია გვერდის;
- აუცილებლად კუთხის ბისექტრისაცაა.

სასურველია, სპეციალურად შევთავაზოთ ისეთი სამკუთხედი, სადაც მედიანა აშკარად არც სიმაღლეა და არც ბისექტრისა.
კითხვა:
„რომელი თვისება არის აუცილებელი იმისთვის, რომ ეს მონაკვეთი მედიანა იყოს და რომელი თვისება საერთოდ არ მოგვეთხოვება?“
თვითშეფასება
„შემიძლია:
□ ვიპოვო გვერდის შუაწერტილი;□ გავავლო მოცემული წვეროდან მედიანა;
□ ავხსნა, რატომ არის ჩემი მონაკვეთი მედიანა;
□ გავარჩიო მედიანა ბისექტრისისა და სიმაღლისგან.“
მეტაკოგნიცია
„რა გადაამოწმე პირველ რიგში, როდესაც უნდა დაგედგინა, იყო თუ არა მონაკვეთი მედიანა?“

ვთხოვოთ მოსწავლეებს სახლის პირობებში დარწმუნდნენ მედიანების გადაკვეთის წერტილის „სიმძიმის ცენტრის“ სახელწოდების სამართლიანობაზე, გააკეთონ პარაგრაფში აღწერილი მუყაოს სამკუთხედები და მოიტანონ შემდეგ გაკვეთილზე.
კლასში, სასურველია, გავაკეთებინოთ შემდეგი სავარჯიშოები №№ 2, 4 (კითხვა: რა შეამჩნიეთ?).
დანარჩენი სავარჯიშოები საშინაო დავალებად.

ამოხსნები, მითითებები:

5. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ სამკუთხედის მედიანა არის მონაკვეთი რომელიც სამკუთხედის წვეროს და მისი მოპირდაპირე გვერდის შუაწერტილს აერთებს.
- პირობის მიხედვით, სამკუთხედის გვერდების სიგრძეთა შეფარდებაა 4:5:7.

გვერდების სიგრძეები აღვნიშნოთ შესაბამისად $4x$, $5x$ და $7x$-ით. მაშინ $4x + 5x + 7x = 48$.

- ვიპოვოთ x. რადგან $16x=48$, ამიტომ $x=3$. ე.ი. სამკუთხედის გვერდების სიგრძეებია:

12 სმ, 15 სმ და 21 სმ.

- რადგან მედიანა მოპირდაპირე გვერდს ორ ტოლ ნაწილად ყოფს, თითოეული გვერდი დაიყოფა შემდეგნაირად:

12 სმ სიგრძის მქონე გვერდი — 6 სმ და 6 სმ სიგრძის მონაკვეთებად;
15 სმ სიგრძის მქონე გვერდი — 7,5 სმ და 7,5 სმ სიგრძის მონაკვეთებად;
21 სმ სიგრძის მქონე გვერდი — 10,5 სმ და 10,5 სმ სიგრძის მონაკვეთებად.

პასუხი: მედიანები გვერდებს დაყოფენ ნაწილებად:6 სმ და 6 სმ; 7,5 სმ და 7,5 სმ; 10,5 სმ და 10,5 სმ.

კითხვა მსჯელობისთვის: სამკუთხედის გვერდების შეფარდება რომ ყოფილიყო 6:8:10 და პერიმეტრი უცვლელად 48 სმ, შეიცვლებოდა თუ არა პასუხი? რა სიგრძის ნაწილებად დაიყოფოდა გვერდები?

7. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ მედიანა სამკუთხედის წვეროს აერთებს მოპირდაპირე გვერდის შუა წერტილთან. ამიტომ, თუ AD მედიანაა, მაშინ BD = DC.
- პირობის მიხედვით, AB = 7 სმ, AD = 7 სმ, ხოლო სამკუთხედი ABD-ის პერიმეტრია 18 სმ. ამიტომ AB + AD + BD = 18 სმ, ანუ 7 + 7 + BD = 18 სმ, აქედან BD = 4 სმ.
- რადგან AD მედიანაა, DC = BD = 4 სმ, ამიტომ BC = BD + DC = 4 + 4 = 8 სმ.
- ახლა ვიპოვოთ სამკუთხედ ABC-ს პერიმეტრი: AB + BC + AC = 7 + 8 + 9 = 24 სმ.

პასუხი: სამკუთხედ ABC-ს პერიმეტრია 24 სმ.

კითხვა მსჯელობისთვის: როგორ შეიცვლებოდა ამოცანის ამოხსნის პროცესი და როგორ დავითვლიდით ABC სამკუთხედის პერიმეტრს თუ მოცემული იქნებოდა, რომ AB=3 სმ, AC = 7 სმ, AD = 3 სმ. BD : DC = 3 : 5 და ABD სამკუთხედის პერიმეტრი იქნებოდა 9 სმ?

8. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ სამკუთხედის მედიანა წვეროს აერთებს მოპირდაპირე გვერდის შუა წერტილთან. ამიტომ მედიანა მოპირდაპირე გვერდს ორ ტოლ ნაწილად ყოფს.
- პირობის მიხედვით, სამკუთხედში გავლებულია სამივე მედიანა. ნახაზზე: AK = 2 სმ, BM = 3 სმ, AN = 1,5 სმ.
- რადგან K არის AC გვერდის შუაწერტილი, მივიღებთ: AC=2·AK=2·2=4 სმ.
- რადგან M არის BC გვერდის შუაწერტილი, მივიღებთ: BC=2·BM =2·3=6 სმ.
- რადგან N არის AB გვერდის შუაწერტილი, მივიღებთ: AB=2·AN=2·1,5=3 სმ.
- ვიპოვოთ სამკუთხედის პერიმეტრი: $P_{ABC} = AB + BC + AC = 3 + 6 + 4 = 13$ სმ.

პასუხი: $P_{ABC} = 13$ სმ.

კითხვა მსჯელობისთვის: რატომ არის საკმარისი თითოეულ გვერდზე მხოლოდ ერთი ნახევრის სიგრძის ცოდნა მთელი გვერდის სიგრძის საპოვნელად?

6. სამკუთხედის ბისექტრისა

გაკვეთილის თემა: სამკუთხედის ბისექტრისა;
გაკვეთილის ტიპი: ძველის გახსენება, ახალი მასალის მიწოდება;
გაკვეთილის მიზანი: მოსწავლეს უნდა შეეძლოს ნახაზზე შესაბამისი მონიშვნების გაკეთება(ტოლი მონაკვეთები, ტოლი კუთხეები), ბისექტრისის განმარტება სამკუთხედისთვის და მისი მათემატიკური ჩანაწერის გაკეთება (შესაბამისი კუთხეების ტოლობა)
აქტივობა: დავალების განხილვის შემდეგ, წინარე ცოდნის გააქტიურების მიზნით, შეიძლება დავსვათ შემდეგი შეკითხვები:

- რას ეწოდება სამკუთხედის მედიანა?
- რას წარმოადგენს სამკუთხედების მედიანების გადაკვეთის წერტილი?

დავალების ამოცანების განხილვის შემდეგ, მოვთხოვოთ მოსწავლეებს გაიხსენონ კუთხის ბისექტრისის განმარტება.
„რას აკეთებს კუთხის ბისექტრისა?“
შემდეგ:
„რა დამატებითი პირობა დაგვჭირდება, რომ კუთხის ბისექტრისის ნაწილი სამკუთხედის ბისექტრისად ჩაითვალოს?“
მოსწავლემ თავად უნდა მიაგნოს, რომ სამკუთხედის ბისექტრისა შესაბამისი წვეროდან მოპირდაპირე გვერდამდე გავლებული მონაკვეთია და ამ წვეროს კუთხეს ორ ტოლ ნაწილად ყოფს.
ტიპური შეცდომა
მოსწავლემ შეიძლება ერთმანეთში აურიოს:

- კუთხის ბისექტრისა — სხივი;
- სამკუთხედის ბისექტრისა — შესაბამისი მონაკვეთი.

ამიტომ, სასურველია, გვერდიგვერდ განვიხილოთ ორივე ნახაზი და ვკითხოთ:
„რა არის საერთო და რა განსხვავდება?“
ეს უფრო ეფექტურია, ვიდრე მხოლოდ განმარტების გამეორება.
შეფასება
მოსწავლემ მოცემულ ნახაზზე უნდა შეძლოს არა მხოლოდ თქვას „ეს ბისექტრისაა“, არამედ დაასაბუთოს:
„ვხედავ/მოცემულია, რომ მიღებული ორი კუთხე ტოლია და მონაკვეთი შესაბამისი წვეროდან მოპირდაპირე გვერდზე გადის.“
მეტაკოგნიცია
„რა ნიშანს დავაკვირდი იმის დასადგენად, რომ მონაკვეთი ბისექტრისაა?“
„რა დამეხმარა მედიანისა და ბისექტრისის ერთმანეთისგან გარჩევაში?“

სამკუთხედს სამი კუთხე აქვს, ე.ი. მას სამი ბისექტრისა ექნება და სამკუთხედი შემოსაზღვრული ფიგურაა, ამიტომ მისი ბისექტრისა ვერ იქნება სხივი, იქნება მონაკვეთი. მედიანების ანალოგიურად, ვთხოვოთ მოსწავლეებს, დახაზონ რვეულებში სამკუთხედი. ტრანსპორტირის საშუალებით გაატარონ ბისექტრისები და დარწმუნდნენ იმაში, რომ ნებისმიერ სამკუთხედში სამივე ბისექტრისა ერთ წერტილში იკვეთება.
დავსვათ პარაგრაფში მოცემული კითხვები და, სასურველია, განვიხილოთ სავარჯიშოები: №№ 1, 3, 5. დანარჩენი სავარჯიშოები საშინაო დავალებად.
მოვამზადოთ მოსწავლეები შემდეგი გაკვეთილისთვის – დავხაზოთ პარაგრაფის ბოლოს მოცემული ბლაგვკუთხა სამკუთხედი და ვთხოვოთ მოსწავლეებს შეასრულონ დასმული დავალება.(შევახსენოთ, რომ მანძილი წერტილიდან წრფემდე, ამ წერტილიდან მოცემულ წრფეზე დაშვებული მართობის სიგრზეა).

ამოხსნები, მითითებები:

3. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ კუთხის ბისექტრისა კუთხეს ორ ტოლ ნაწილად ყოფს.
- პირობის მიხედვით, AN არის $\angle A$ კუთხის ბისექტრისა და $\angle BAN = 25°$.
  ამიტომ $\angle A = 2 \cdot 25° = 50°$.
- ასევე, BP არის $\angle B$ კუთხის ბისექტრისა და $\angle CBP = 30°$. ამიტომ $\angle B = 2 \cdot 30° = 60°$.
- სამკუთხედის შიდა კუთხეების ჯამია 180°. ამიტომ $\angle C = 180° - 50° - 60° = 70°$.

პასუხი: სამკუთხედის კუთხეებია 50°, 60° და 70°.

კითხვა მსჯელობისთვის: რატომ არის საკმარისი თითოეული ბისექტრისით მიღებული მხოლოდ ერთი კუთხის ცოდნა მთელი კუთხის საპოვნელად?

4. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ სამკუთხედის შიდა კუთხეების გრადუსული ზომების ჯამი 180°-ია. ასევე, ბისექტრისა კუთხეს ორ ტოლ ნაწილად ყოფს. .პირობის მიხედვით, ∠ABC = 80°, ∠ACB = 42°. ვიპოვოთ ∠BAC : ∠BAC =180° – 80° – 42°= 58°.
- რადგან BD არის ∠ABC კუთხის ბისექტრისა, მივიღებთ: ∠ABD =(80°)/2=40°.
- განვიხილოთ სამკუთხედი ABD. მისი კუთხეების ჯამია 180°, ამიტომ ∠ADB=180°–58°–40°=82°.

პასუხი: ∠ADB=82°.

კითხვა მსჯელობისთვის: როგორ შეიცვლებოდა ∠ADB-ის გრადუსული ზომა, თუ ∠ABC უცვლელი დარჩებოდა, ხოლო ∠ACB 42°-ის ნაცვლად 50° იქნებოდა? ახსენით პასუხი.

კითხვა მსჯელობისთვის: თუ ∠ADB-ს დავითვლიდით როგორც BDC სამკუთხედის ერთ-ერთი გარე კუთხე მაშინ როგორ წარიმართებოდა მსჯელობა?

5. მოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ სამკუთხედის შიდა კუთხეების ჯამი 180° -ია, ხოლო ბისექტრისა კუთხეს ორ ტოლ ნაწილად ყოფს.
- პირობის მიხედვით, ∠ABC=36°, ∠ACB=72°. ვიპოვოთ ∠BAC: ∠BAC=180°–36°–72°=72°.
- რადგან AM არის ∠BAC კუთხის ბისექტრისა, მივიღებთ: ∠BAM = ∠MAC = 72° : 2 = 36°.
- განვიხილოთ სამკუთხედი ABM. მასში: ∠ABM=∠ABC=36°, ∠BAM=36°. ამიტომ ∠AMB = 180° – 36° – 36° = 108°.
- განვიხილოთ სამკუთხედი AMC. მასში: ∠MAC=36°, ∠ACM=∠ACB=72°. ამიტომ ∠AMC=180° – 36° – 72° = 72°.

პასუხი: სამკუთხედი ABM-ის კუთხეებია 36°,36° და 108°; სამკუთხედი AMC-ის კუთხეებია 36°,72° და 72°.

კითხვა მსჯელობისთვის: თუ AMB და AMC კუთხეებს განვიხილავთ როგორც AMC და AMB სამკუთხედების გარე კუთხეებს, მაშინ როგორ შევძლებდით ამ ორი კუთხის გრადუსული ზომების დათვლას?

6. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ სამკუთხედის შიდა კუთხეების ჯამი 180°-ია, ხოლო კუთხის ბისექტრისა კუთხეს ორ ტოლ ნაწილად ყოფს.
- AD არის ∠A კუთხის ბისექტრისა, ამიტომ ∠CAD = 64° : 2 = 32°. CT არის ∠C კუთხის ბისექტრისა, ამიტომ ∠ACT = 52° : 2 = 26°.
- რადგან AD და CT ბისექტრისები O წერტილში იკვეთება, O მდებარეობს ორივე ბისექტრისაზე. ამიტომ ∠OAC = 32°, ∠OCA = 26°.
- განვიხილოთ სამკუთხედი AOC. მისი კუთხეების ჯამია 180°, ამიტომ ∠AOC = 180° – 32° – 26° = 122°.

პასუხი: ∠AOC = 122°.

კითხვა მსჯელობისთვის: როგორ შევძლებდით ∠AOC-ს პოვნას თუ მხოლოდ ის გვეცოდინებოდა, რომ ∠ABC=64°?

7. სამკუთხედის სიმაღლე

გაკვეთილის თემა: სამკუთხედის სიმაღლე;

გაკვეთილის ტიპი: ახალი მასალის მიწოდება;

გაკვეთილის მიზანი: მოსწავლემ უნდა შეძლოს ყველა ტიპის სამკუთხედში (მახვილკუთხა, მართკუთხა, ბლაგვკუთხა) სიმაღლეების გატარება, უნდა იცოდეს, რომ სამივე სიმაღლე, ან მათი შემცველი წრფეები, ერთ წერტილში იკვეთება

აქტივობა: დავალების განხილვის შემდეგ, წინარე ცოდნის გააქტიურების მიზნით, შეიძლება დავსვათ შემდეგი შეკითხვები:

- რას წარმოადგენს კუთხის ბისექტრისა და სამკუთხედის ბისექტრისა, რა განსხვავებაა მათ შორის?
- თუ სამკუთხედში გავლებულია ორი ბისექტრისა, შეიძლება თუ არა გავატაროთ მესამე, ისე რომ არ გამოვიყენოთ ტრანსპორტირი?

სამკუთხედების სამი დამახასიათებელი მონაკვეთიდან (მედიანა, ბისექტრისა, სიმაღლე) მოსწავლეებისთვის ყველაზე რთულად გასათავისებელი სიმაღლეა. აქ რამოდენიმე მიზეზია- სანამ მათი თვალი მიეჩვევა, უჭირთ დახრილის მიმართ მართობის გავლება, ბლაგვკუთხა სამკუთხედში სიმაღლეების გავლება, ამას აუცილებლად ჭირდება ვარჯიში- მოსთხოვეთ მოსწავლეებს რვეულებში ჩაატარონ აღნიშნული დავალებები, რასაც აუცილებლად უნდა გადახედოთ.

ამ თემის სწავლებისას, სასურველია, ცნება დაიშალოს ორ დამოუკიდებელ კითხვად:

1. საიდან იწყება სიმაღლე? — სამკუთხედის წვეროდან.

2. რა დამოკიდებულება უნდა ჰქონდეს მოპირდაპირე გვერდთან ან მის შემცველ წრფესთან? — უნდა იყოს მართობული.

მხოლოდ ამის შემდეგ გადავიდეთ მახვილკუთხა, მართკუთხა და ბლაგვკუთხა სამკუთხედებზე.

მნიშვნელოვანია მოსწავლემ დაინახოს, რომ სიმაღლე ყოველთვის არ არის სამკუთხედის შიგნით.

ბლაგვკუთხა სამკუთხედში ჯერ ვკითხოთ:

„თუ მოპირდაპირე გვერდის მონაკვეთი არ არის საკმარისი მართობის გასატარებლად, რისი გაგრძელება შეგვიძლია?“

ასე მოსწავლე თავად მიდის გვერდის შემცველი წრფის საჭიროებამდე.

ეტაპობრივი მხარდაჭერა

ამ თემაში მიზანშეწონილია მხარდაჭერის თანდათან შემცირება:

I ეტაპი — გვერდი და მისი შემცველი წრფე უკვე მონიშნულია; მოსწავლე მხოლოდ მართობს ავლებს.

II ეტაპი — მოსწავლე თავად აგრძელებს საჭირო გვერდს და შემდეგ ავლებს მართობს.

III ეტაპი — დამოუკიდებლად ადგენს, რომელ მხარესაა საჭირო გვერდის გაგრძელება.

IV ეტაპი — სხვადასხვა ტიპის სამკუთხედში დამოუკიდებლად ავლებს სამივე სიმაღლეს და ადარებს მათ მდებარეობას.

შეცდომასთან მუშაობა

„ნუ გაასწორებ ნახაზს მაშინვე. ჯერ დაასახელე რომელი პირობა არ სრულდება.“

ამით მოსწავლე სწავლობს შეცდომის მიზეზის იდენტიფიცირებას და არა მხოლოდ სწორი ნახაზის გადაწერას.

რეკომენდებული უკუკავშირი

ნაცვლად:

„ვერ გაგივლია სიმაღლე სწორად.“

სასურველია:

„წვერო სწორად შეარჩიე. ახლა შეამოწმე მეორე პირობა — შენ მიერ გავლებული მონაკვეთი მართობულია თუ არა მოპირდაპირე გვერდის შემცველი წრფის?“

ან:

„შენ უკვე სწორად განსაზღვრე, რომ გვერდის გაგრძელებაა საჭირო. ახლა იპოვე ადგილი, სადაც წვეროდან დაშვებული მართობი ამ წრფეს შეხვდება.“

ამგვარი უკუკავშირი აფასებს მოსწავლის კონკრეტულ მოქმედებასა და სტრატეგიას, და არა ზოგად „უნარს“ ან პიროვნულ მახასიათებელს. ფსიქოლოგის შეფასებაც სწორედ შეფასების ობიექტის ამგვარ ცვლილებას ითხოვს.

მეტაკოგნიცია

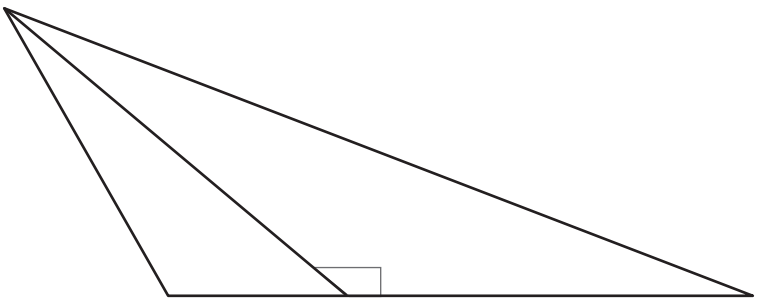
- „რომელი ტიპის სამკუთხედში გამიჭირდა სიმაღლის გავლება ყველაზე მეტად და კონკრეტულად რა იყო რთული?“
- „რა შევამოწმე იმის დასადგენად, სწორად გავავლე თუ არა სიმაღლე?“
- „თუ თავიდან უნდა გამეკეთებინა იგივე დავალება, რას გავაკეთებდი სხვაგვარად?“

თემა გათვლილია ორ გაკვეთილზე. პირველ გაკვეთილზე ვავარჯიშოთ მოსწავლეები დაფაზე და რვეულებში სხვადასხვა სამკუთხედებში სიმაღლეების გატარებაზე, დარწმუნდნენ, რომ ნებისმიერ სამკუთხედში ეს მონაკვეთები, ან მათი შემცველი წრფეები ერთ წერტილში იკვეთებიან. უნდა დაინახონ, რომ მართკუთხა სამკუთხედში ორი სიმაღლე კათეტებს ემთხვევა. კლასში, სასურველია, განვიხილოთ მე-3 და მე-5 სავარჯიშოები. სახლში დავალებად მივცეთ №№ 1, 2, 4:

მეორე გაკვეთილზე, ჯერ გამოვიკითხოთ როგორ გაითავისეს მოსწავლეებმა სიმაღლის ცნება:

- რას წარმოადგენს სამკუთხედის სიმაღლე?
- როგორ სამკუთხედებში იკვეთება სამკუთხედებში არ იკვეთება სამკუთხედის სიმაღლეები და იკვეთება მათი შემცველი წრფეები ერთ წერტილში?
- რას წარმოადგენს მართკუთხა სამკუთხედების სიმაღლეების გადაკვეთის წერტილი?
- როგორ ფიქრობთ, რატომ არ გაივლება ბლაგვკუთხა სამკუთხედში სამივე სიმაღლე სამკუთხედის შიგნით?

დავხაზოთ დაფაზე ბლაგვკუთხა სამკუთხედი



რა შეცდომაა დაშვებული ნახაზზე? დაასაბუთეთ.

შევამოწმოთ შესრულებული საშინაო დავალება. გავარჩიოთ შემდეგი სავარჯიშოები: № 6 და № 8. დარჩენილი სავარჯიშოები მივცეთ საშინაო დავალებად.

ამოხსნები, მითითებები:

3. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ სამკუთხედის შიდა კუთხეების ჯამი 180° -ია, ხოლო სიმაღლე სამკუთხედის წვეროდან მის მოპირდაპირე გვერდის შემცველ წრფეზე დაშვებული მართობია.
- მოცემულია: $\angle A = 48°$, $\angle C = 52°$. ვიპოვოთ $\angle B$: $\angle B = 180° - 48° - 52° = 80°$.
- გავავლოთ BD სიმაღლე. რადგან BD $\perp$ AC, მივიღებთ: $\angle BDA = 90°$ და $\angle BDC = 90°$.
- განვიხილოთ სამკუთხედი ABD. მასში: $\angle A = 48°$, $\angle BDA = 90°$.
  ამიტომ $\angle ABD = 180° - 90° - 48° = 42°$.
- განვიხილოთ სამკუთხედი CBD. მასში: $\angle C = 52°$, $\angle BDC = 90°$.
  ამიტომ $\angle CBD = 180° - 90° - 52° = 38°$.

პასუხი: $\angle ABD = 42°$, $\angle CBD = 38°$.

კითხვა მსჯელობისთვის: როგორ შეიძლება $\angle ABD$ და $\angle CBD$ კუთხეების პოვნა ისე, რომ $\angle B$-ს გრადუსული ზომა არ გამოვითვალოთ?

4. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ სამკუთხედის შიდა კუთხეების ჯამი 180°-ია, სიმაღლე მოპირდაპირე გვერდის მართობულია, ხოლო ბისექტრისა კუთხეს ორ ტოლ ნაწილად ყოფს.
- მოცემულია: $\angle A = 71°$, $\angle C = 49°$. ვიპოვოთ $\angle B$: $\angle B = 180° - 71° - 49° = 60°$.
- BK არის $\angle B$ კუთხის ბისექტრისა, ამიტომ $\angle ABK = \angle KBC = 60° : 2 = 30°$.
- BD არის B წვეროდან AC გვერდზე დაშვებული სიმაღლე, ამიტომ BD$\perp$AC. განვიხილოთ სამკუთხედი ABD. მასში $\angle A = 71°$, $\angle D = 90°$. ამიტომ $\angle ABD = 180° - 90° - 71° = 19°$.
- საძიებელი კუთხე არის BD სიმაღლესა და BK ბისექტრისას შორის მოქცეული კუთხე: $\angle DBK = \angle ABK - \angle ABD = 30° - 19° = 11°$.

პასუხი: BD სიმაღლესა და BK ბისექტრისას შორის კუთხე არის 11°.

კითხვა მსჯელობისთვის: როგორ შეიძლება საძიებელი კუთხის პოვნა $\angle C$ კუთხის გამოყენებით?

5. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ სამკუთხედის შიდა კუთხეების ჯამი 180°-ია, ხოლო სიმაღლე წვეროდან მოპირდაპირე გვერდის შემცველ წრფეზე დაშვებული მართობია.
- მოცემულია: $\angle A = 32°$, $\angle B = 64°$. ვიპოვოთ $\angle C$: $\angle C = 180° - 32° - 64° = 84°$.
- დავაკვირდეთ, როგორი სამკუთხედია ABC, მახვილკუთხა, მართკუთხა თუ ბლაგვკუთხა? ეს დაგვეხმარება იმაში, რომ გავარკვიოთ სამკუთხედის სამივე სიმაღლე გაივლება თუ არა სამკუთხედის შიდა არეში. როგორც ვამჩნევთ, სამკუთხედი მახვილკუთხაა, ანუ სიმაღლეები სამკუთხედის შიდა არეში გაივლება.
- გავავლოთ BN სიმაღლე. რადგან BN$\perp$AC, მივიღებთ: $\angle BNA = 90°$. სამკუთხედი BAN-ში: $\angle BAN = \angle A = 32°$, $\angle BNA = 90°$. ამიტომ $\angle ABN = 180° - 90° - 32° = 58°$. ე.ი. სამკუთხედი BAN-ის კუთხეებია 32°, 58° და 90°.
- გავავლოთ AM სიმაღლე. რადგან AM$\perp$BC, მივიღებთ: $\angle AMB = 90°$. სამკუთხედი BAM-ში: $\angle ABM = \angle B = 64°$, $\angle AMB = 90°$. ამიტომ $\angle BAM = 180° - 90° - 64° = 26°$. ე.ი. სამკუთხედი BAM-ის კუთხეებია 26°, 64° და 90°.

პასუხი: სამკუთხედი BAM-ის კუთხეებია **26°, 64°, 90°**;
სამკუთხედი BAN-ის კუთხეებია **32°, 58°, 90°**.

კითხვა მსჯელობისთვის: რატომ არ დაგვჭირდა ∠C-ს ცოდნა BAM და BAN სამკუთხედების კუთხეების საპოვნელად?

8. ამოხსნის შესაძლო მიმდინარეობა:

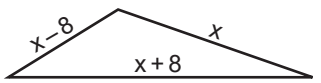
- შევახსენოთ მოსწავლეებს, რომ სამკუთხედის შიდა კუთხეების ჯამი 180°-ია, ბისექტრისა კუთხეს ორ ტოლ ნაწილად ყოფს, ხოლო სიმაღლე, წვეროდან მოპირდაპირე გვერდის შემცველ წრფეზე დაშვებული მართობია.
- მოცემულია: $\angle A = 60°$, $\angle B = 70°$. AK არის ∠A-ს ბისექტრისა, ამიტომ $\angle BAK = 60° : 2 = 30°$.
- BD არის B წვეროდან AC გვერდზე დაშვებული სიმაღლე, ამიტომ $BD \perp AC$. რადგან $\angle A = 60°$, AB წრფე AC წრფესთან 60°-იან კუთხეს ქმნის, ხოლო BD წრფე AC წრფის მართობულია. ამიტომ AB და BD წრფეებს შორის კუთხეა $90° - 60° = 30°$. ე.ი. $\angle ABD = 30°$.
- O წერტილი არის AK ბისექტრისისა და BD სიმაღლის გადაკვეთის წერტილი. ამიტომ ∠AOB არის ის კუთხე, რომელიც წარმოიქმნება AK და BD წრფეების გადაკვეთისას.
- რადგან $\angle OAB = \angle BAK = 30°$ და $\angle ABO = \angle ABD = 30°$, ამიტომ AOB სამკუთხედის მესამე კუთხის გრადუსული ზომა იქნება $180° - 30° - 30° = 120°$.

პასუხი: $\angle AOB = 120°$.

კითხვა მსჯელობისთვის: როგორ შეიცვლებოდა ∠AOB-ის გრადუსული ზომა, თუ ∠A უცვლელად 60° დარჩებოდა, ხოლო ∠B-ის ზომა შეიცვლებოდა და გახდებოდა 80°?

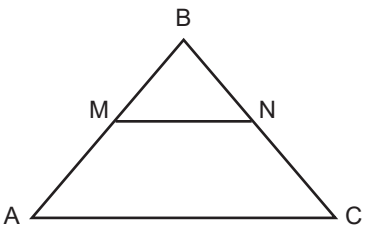
IV თავის დამატებითი ამოცანები:

1.



2. $(5a + 5b + 5c) : (a + b + c) = 5$.

3.



$P_{AMNC} = 23,9$ $P_{ABC} = 24$, ე.ი. $AB = AC = BC = 8$

$P_{AMNC} = AM + MN + NC + AC = AM + MB + NC + AC = AB$

$NC + AC = 23,9$ $NC = 23,9 - 16 = 7,9$

$BN = 8 - 7,9 = 0,1$ $P_{MBN} = 0,3$

4. ზოლიანი მონაკვეთი ტეხილით იყოფა მონაკვეთებად, რომელთაგან თითოეული შესაბამისი ტოლგვერდა სამკუთხედების, შესაბამისი გვერდების ტოლია და არ შედის ტეხილის სიგრძეში. ე.ი ტეხილის სიგრძეა: $11 \cdot 2 = 22$ (სმ).

5. განვიხილოთ: ა) $x + 2 = 2x - 1$

$x = 3$ სამკუთხედის გვერდებია: 5; 5; 4.

$P = 5 + 5 + 4 = 14$ (მ)

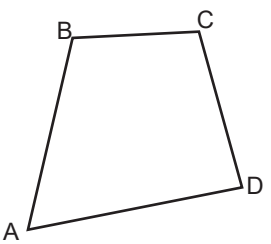
ბ) $x + 2 = 4$

$x = 2$ სამკუთხედის გვერდებია: 4; 4; 3. $P = 11$ (მ)

გ) $2x - 1 = 4$

$x = 2,5$ სამკუთხედის გვერდებია: 4; 4; 4,5. $P = 12,5$ (მ)

6.



$P_{ABCD} = P_{ABD} + P_{BCD} - 2BD$

$66 = 60 + 56 - 2BD$

$2BD = 50$ $BD = 25$ (სმ)

7. $AB : BC = 2 : 3 = 4 : 6$ $AB = 4x$, $BC = 6x$, $AC = 7x$

$BC : AC = 6 : 7$ $17x = 51$

$x = 3$

უმცირესი გვერდი: $AB = 4 \cdot 3 = 12$ (სმ).

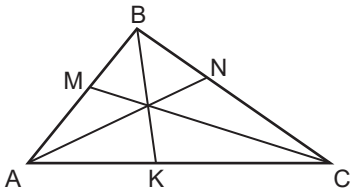
8. α; 2α; $\frac{3\alpha}{2}$ $\alpha + 2\alpha + \frac{3\alpha}{2} = 180°$

$\frac{9\alpha}{2} = 180°$ $40°$; $80°$; $60°$

9. $\alpha = \frac{B+\gamma}{2}$ $2\alpha = 180° - \alpha$ $3\alpha = 180°$ $\alpha = 60°$

10. უმცირესი 1°, დანარჩენი ორის ჯამი 179°, მათგან უდიდესის შესაძლო უმცირესი მნიშვნელობა იქნება90°.
1°; 90°; 89°.

11.

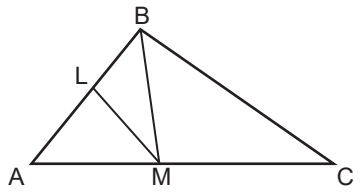


$P_{ABC} = 2(2 + 3 + 4) = 18$ (სმ)

12. ეს კუთხეები: α; 2α; 3α 6α = 180°. 30°; 60°; 90°.

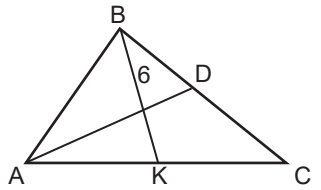
15. მახვილკუთხა სამკუთხედის ნებისმიერი გარე კუთხე ბლაგვია და სამკუთხედის ორი შიდა კუთხე ვერ იქნება ბლაგვი.

17.



$P_{CMLB} – P_{MAL}$ = (CM + ML + LB + BC) - (AL + LM + AM),
მაგრამ AL = LB და AM = MC
ე.ი $P_{CMLB} – P_{MAL} = 11$ (სმ).

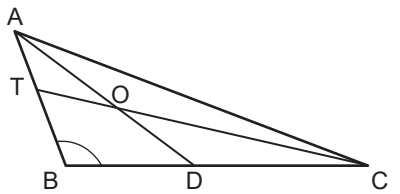
18.



AD = 15;
BK = 18;
AC = 16.

გავახსენოთ მოსწავლეებს, რომ მედიანები გადაკვეთის წერტილით იყოფა შეფარდებით 2 : 1, ამიტომ $AG = \frac{2}{3} \cdot 15 = 10$ და $GK = \frac{1}{3} \cdot 18 = 6$.
ე.ი $P_{AGK} = 10 + 6 + 8 = 24$ (სმ).

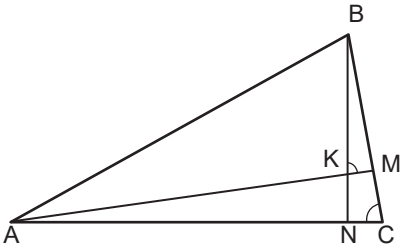
19.



∠ABC = 112°.

კარგია, თუ მოსწავლეები დაიმახსოვრებენ, რომ
$\angle AOC = 90° + \frac{\angle B}{2} = 90° + 56° = 146°$.

20.



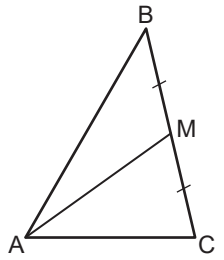
∠C = 82°

△BNC-ში ∠C + ∠CBK = 90°

△BKM-ში ∠BKM + ∠MBK = 90°, ე.ი ∠BKM = ∠C = 82°.

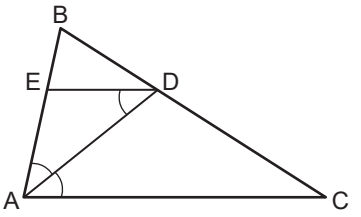
21. $\angle COD = 90° + \frac{\angle ABC}{2}$, საიდანაც $\angle ABC = 40°$.

22.



$P_{AMB} - P_{AMC} = (AB + BM + AM) - (AC + MC + AM) =$
$= AB - AC = 5$ (სმ).

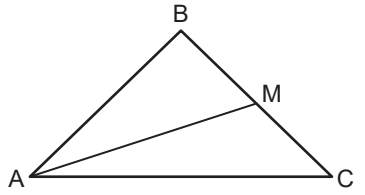
23.



$\angle EAD = \angle DAC = 39°$.

რადგან $ED \parallel AC$, $\angle DAC = \angle ADE$ როგორც შიდა ჯვარედინად მდებარე კუთხეები.

24.

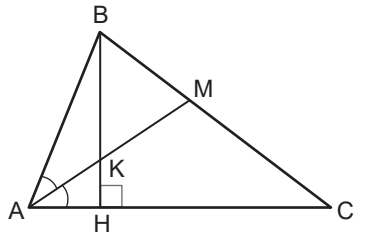


ცხადია, ეს მედიანა ფერდის მედიანაა. უნდა განვიხილოთ ორი შემთხვევა: ა) $P_{ABM} - P_{ACM} = 3$ და ბ) $P_{ACM} - P_{ABM} = 3$.
AC=15, $MC = BM \equiv x$, მაშინ $AB = 2x$.

ა) $(2x + x + AM) - (x + 15 + AM) = 3$, აქედან $2x = 18$.
სამკუთხედის გვერდებია $AB = BC = 15$, AC=15.

ბ) $(x + 15 + AM) - (2x + x + AM) = 3$, $2x = 12$,
სამკუთხედის გვერდებია $AB = BC = 12$, $AC = 15$.

27.



$\angle ABH = 22°$, მაშინ $\angle BAH = 90° - 22° = 68°$

$\angle KAH = \angle BAK = 34°$;

$\angle AKH = 90° - 34° = 56°$, ან $\angle AKH = \angle BAK + \angle ABK = 56°$

შემაჯამებელი სამუშაოს ნიმუში

I ვარიანტი

1. სამკუთხედის ერთი გვერდი 5-ჯერ ნაკლებია მეორე გვერდზე და 25 დმ-ით ნაკლებია მესამე გვერდზე. იპოვეთ სამკუთხედის გვერდები, თუ სამკუთხედის პერიმეტრი 74 დმ-ია.

2. სამკუთხედის ერთი კუთხე 76°-ია, ხოლო მეორე – 34°. იპოვეთ ამ სამკუთხედის მესამე წვეროდან გავლებულ ბისექტრისასა და სიმაღლეს შორის კუთხე.

3. მართკუთხა სამკუთხედის ერთი კუთხე 38°-ია. იპოვეთ მართი კუთხის წვეროდან დაშვებული სიმაღლით მიღებული მცირე სამკუთხედის კუთხეები.

4. ABC სამკუთხედში A და B კუთხის ბისექტრისები K წერტილში იკვეთებიან. ცნობილია, რომ ∠AKB=100° იპოვეთ ∠ACB.

5. სამკუთხედის გრადუსული ზომები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც n:(n+1):(n+2) სადაც n∈N. იპოვეთ სამკუთხედის საშუალო გვერდის სიგრძე.

II ვარიანტი

1. სამკუთხედის ერთი გვერდი 3-ჯერ ნაკლებია მეორე გვერდზე და 24 დმ-ით ნაკლებია მესამე გვერდზე. იპოვეთ სამკუთხედის გვერდები, თუ სამკუთხედის პერიმეტრი 68 დმ-ია.

2. სამკუთხედის ერთი კუთხე 56°-ია, ხოლო მეორე – 64°. იპოვეთ ამ სამკუთხედის მესამე წვეროდან გავლებულ ბისექტრისასა და სიმაღლეს შორის კუთხე.

3. მართკუთხა სამკუთხედის ერთი კუთხე 36°-ია. იპოვეთ მართი კუთხის წვეროდან დაშვებული სიმაღლით მიღებული მცირე სამკუთხედის კუთხეები.

4. ABC სამკუთხედში A და B კუთხის ბისექტრისები K წერტილში იკვეთებიან. ცნობილია, რომ ∠AKB=124°. იპოვეთ ∠ACB.

5. სამკუთხედის გრადუსული ზომები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც n:(n+1):(n+2) სადაც n∈N იპოვეთ სამკუთხედის საშუალო გვერდის სიგრძე.

სსსმ მოსწავლეებისთვის ადაპტირებული აქტივობები

§1–2. სამკუთხედი. სამკუთხედების კლასიფიკაცია

აქტივობა 1 — „ააწყვე სამკუთხედი“

მიზანი: მოსწავლემ პრაქტიკული მოქმედებით გაიაზროს, რომ სამკუთხედს აქვს სამი გვერდი და სამი წვერო.

რესურსი: სხვადასხვა სიგრძის ფერადი ჩხირები, საწრუპები ან ნაყინის ჩხირები; პლასტილინი.

მოსწავლეს მივცეთ სამი ჩხირი და ვთხოვოთ მათი შეერთებით ააწყოს დახურული ფიგურა. წვეროებთან შეიძლება გამოიყენოს პლასტილინის პატარა ბურთულები.

შემდეგ ეტაპობრივად ვკითხოთ:

- რამდენი გვერდი აქვს შენს ფიგურას?
- რამდენი წვერო აქვს?
- რა მოხდება, თუ ერთ ჩხირს მოვაშორებთ?
- დარჩება თუ არა სამკუთხედი?

მხარდაჭერა: თუ მოსწავლეს დამოუკიდებლად აწყობა უჭირს, მივცეთ მზა ნიმუში და ვთხოვოთ მასზე ჩხირების დადება.

შეფასება: მოსწავლე სწორად მიუთითებს სამ გვერდსა და სამ წვეროზე.

აქტივობა 2 — „სამკუთხედია თუ არა?“

მიზანი: სამკუთხედის არსებითი ნიშნების ამოცნობა და არა მხოლოდ გარეგნული ფორმის დამახსოვრება.

მოსწავლეს მივცეთ ბარათები, რომლებზეც გამოსახულია:

△ დახურული სამკუთხედი;

ორი გვერდით შედგენილი ღია ფიგურა;

ოთხკუთხედი;

ძალიან წაგრძელებული სამკუთხედი;

გადაბრუნებული სამკუთხედი;

მრუდი გვერდის მქონე „სამკუთხედისმაგვარი“ ფიგურა.

დავალება:

„დადე მწვანე ბარათი სამკუთხედზე და წითელი — იმ ფიგურაზე, რომელიც სამკუთხედი არ არის.“

შემდეგ მხოლოდ ერთი მარტივი კითხვა:

„რატომ?“

საჭიროების შემთხვევაში, მივცეთ სიტყვიერი საყრდენი:

„ეს არის სამკუთხედი, რადგან აქვს ___ გვერდი.“

ეს აქტივობა განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია, რადგან მოსწავლე ფიგურას მხოლოდ ტიპური „წვერით ზემოთ“ გამოსახულებით არ უნდა ცნობდეს.

აქტივობა 3 — „იპოვე ტოლი გვერდები“

მიზანი: ტოლგვერდა, ტოლფერდა და სხვადასხვაგვერდა სამკუთხედების კლასიფიკაციის მომზადება.

მოსწავლეს მივცეთ რამდენიმე დიდი ზომის ქაღალდის სამკუთხედი. გვერდები შესაძლებელია სხვადასხვა ფერის იყოს.

ჯერ არ ვთხოვოთ სახელების დამახსოვრება.

დავალება იყოს:

„იპოვე სამკუთხედი, რომელსაც სამი ტოლი გვერდი აქვს.“

„იპოვე სამკუთხედი, რომელსაც ორი ტოლი გვერდი აქვს.“

„იპოვე სამკუთხედი, რომელსაც ყველა გვერდი სხვადასხვა სიგრძის აქვს.“

შესაძლებელია გვერდების სიგრძეები მოსწავლემ სახაზავით გაზომოს ან მზა ფერადი ნიშნები გამოიყენოს.

ამის შემდეგ მივაწოდოთ სახელები:

- სამი ტოლი გვერდი → ტოლგვერდა;
- ორი ტოლი გვერდი → ტოლფერდა;
- სამი სხვადასხვა გვერდი → სხვადასხვაგვერდა.

ანუ სსსმ მოსწავლისთვის უკეთესია სვლა:

ვხედავ/ვზომავ → ვაჯგუფებ → ვარქმევ სახელს,

და არა პირიქით — ჯერ ტერმინის დამახსოვრება და შემდეგ მისი ამოცნობა.

აქტივობა 4 — „დაალაგე სახლებში“

სამ ფურცელზე დავხატოთ სამი „სახლი“ და დავაწეროთ:

ტოლგვერდა | ტოლფერდა | სხვადასხვაგვერდა

მოსწავლეს მივცეთ სამკუთხედების ამოსაჭრელი ბარათები.

მისი დავალებაა თითოეული სამკუთხედი შესაბამის „სახლში“ მოათავსოს.

თუ სიტყვების კითხვა უჭირს, ტექსტს დავუმატოთ ვიზუალური კოდი:

- ტოლგვერდა — სამივე გვერდზე ერთი ფერის პატარა ხაზი;
- ტოლფერდა — ორ გვერდზე ერთი ფერის ნიშანი;
- სხვადასხვაგვერდა — სამი სხვადასხვა ფერის ნიშანი.

მნიშვნელოვანი: თავიდან შეიძლება მხოლოდ 3–4 ფიგურა გამოვიყენოთ. რაოდენობა თანდათან გაიზარდოს.

აქტივობა 5 — „იპოვე სწორი კუთხე“

ეს უკვე ამზადებს მოსწავლეს სამკუთხედების კუთხეების მიხედვით კლასიფიკაციისთვის.

მოსწავლეს მივცეთ ქაღალდისგან გამოჭრილი მართი კუთხის „საზომი“ — მაგალითად, პატარა კვადრატის კუთხე.

მან ეს კუთხე რიგრიგობით უნდა მიადოს სამკუთხედების კუთხეებს.

თუ სამკუთხედში იპოვა ზუსტად შესაბამისი კუთხე, ვამბობთ:

„ამ სამკუთხედს აქვს მართი კუთხე — ეს არის მართკუთხა სამკუთხედი.“

ამ ეტაპზე ტრანსპორტირი აუცილებელი არ არის. სსსმ მოსწავლისთვის პირველადი მიზანია კუთხის ტიპის ვიზუალური და პრაქტიკული ამოცნობა.

აქტივობა 6 — „სამი ფერის კუთხეები“

შეგვიძლია გამოვიყენოთ ფერადი კოდირება:

- მახვილი კუთხე
- მართი კუთხე
- ბლაგვი კუთხე

მოსწავლემ სამკუთხედის თითოეულ კუთხეს მიუდოს შესაბამისი ფერის პატარა სტიკერი.

შემდეგ ვკითხოთ:

„სამივე კუთხე მწვანეა?“ → მახვილკუთხა.

„ერთი ლურჯია?“ → მართკუთხა.

„ერთი ნარინჯისფერია?“ → ბლაგვკუთხა.

ეს ბევრად ამარტივებს კლასიფიკაციის ლოგიკას.

აქტივობა 7 — „მაჩვენე, არ მითხრა“

ეს განსაკუთრებით კარგია იმ მოსწავლისთვის, რომელსაც სიტყვიერი პასუხი ან ტერმინის გახსენება უჭირს.

მასწავლებელი ამბობს:

„მაჩვენე ტოლფერდა სამკუთხედი.“

მოსწავლე მხოლოდ მიუთითებს სწორ ბარათზე.

შემდეგ ეტაპზე:

„რატომ აირჩიე ეს?“

მოსწავლეს შეუძლია სიტყვიერი პასუხის ნაცვლად ჯერ უბრალოდ შეეხოს ორ ტოლ გვერდს.

შემდეგ მივცეთ დასაწყისი:

„ტოლფერდაა, რადგან ორი გვერდი ...“

მოსწავლე ასრულებს:

„... ტოლია.“

ამგვარად დავალება გადადის ამოცნობიდან → ჩვენებაზე → მოკლე სიტყვიერ დასაბუთებაზე.

აქტივობა 8 — „შეცდომის დეტექტივი“

მასწავლებელი განზრახ არასწორად აჯგუფებს ფიგურას.

მაგალითად, სამი ტოლი გვერდის მქონე სამკუთხედს დებს „სხვადასხვაგვერდა“ ჯგუფში.

ვკითხოთ:

„სწორ ადგილას დევს?“

თუ მოსწავლე ამბობს „არა“, შემდეგ:

„რა უნდა შევამოწმოთ?“

არ მოვთხოვოთ თავიდანვე გრძელი ახსნა. შეიძლება მოსწავლემ უბრალოდ გვერდებზე მიგვითითოს.

შემდეგ უკვე ჩამოვაყალიბოთ ერთად:

„ეს ტოლგვერდა სამკუთხედია, რადგან სამივე გვერდი ტოლია.“

ეს აქტივობა განსაკუთრებით ღირებულია ფსიქოლოგის რეკომენდაციის თვალსაზრისითაც — შეცდომას არ აღვიქვამთ როგორც მხოლოდ „არასწორ პასუხს“, არამედ ვაქცევთ შესასწავლ და გასაანალიზებელ ობიექტად.

ადაპტირებული დავალება — ორი სირთულის დონით

I დონე

მოცემულია სამი სამკუთხედი.

მოსწავლემ უნდა:

1. დათვალოს გვერდები;
2. მონიშნოს ტოლი გვერდები;
3. აირჩიოს სწორი სიტყვა მზა ვარიანტებიდან.

მაგალითად:

ეს სამკუთხედი არის:

□ ტოლგვერდა

□ ტოლფერდა

□ სხვადასხვაგვერდა

II დონე

მოსწავლეს მხოლოდ ნახაზი ეძლევა და თავად უნდა:

- გაზომოს გვერდები;
- განსაზღვროს ტიპი;
- ერთი წინადადებით დაასაბუთოს.

სსსმ მოსწავლისთვის სამუშაო ბარათზე შეიძლება მუდმივად გვქონდეს პატარა ვიზუალური მოკარნახე:

თუ ვხედავ...	**ვამბობ...**
3 ტოლ გვერდს	ტოლგვერდა
2 ტოლ გვერდს	ტოლფერდა
ყველა სხვადასხვა გვერდს	სხვადასხვაგვერდა
3 მახვილ კუთხეს	მახვილკუთხა
1 მართ კუთხეს	მართკუთხა
1 ბლაგვ კუთხეს	ბლაგვკუთხა

ეს არ არის პასუხის კარნახი — ეს არის დროებითი ვიზუალური საყრდენი. როგორც კი მოსწავლე კლასიფიკაციას უფრო დამოუკიდებლად შეძლებს, საყრდენი თანდათან უნდა შემცირდეს.

მასწავლებლისთვის ჩასამატებელი ტექსტი:

სსსმ მოსწავლის მხარდაჭერა: სამკუთხედების კლასიფიკაციისას მიზანშეწონილია გამოყენებულ იქნეს მანიპულაციური და ვიზუალური რესურსები — სხვადასხვა სიგრძის ჩხირები, ამოსაჭრელი სამკუთხედები, ფერადი ნიშნები და მართი კუთხის მოდელი. დავალება დაიყოს მცირე ნაბიჯებად: ფიგურის ამოცნობა → შესაბამისი თვისების აღმოჩენა → ფიგურების დაჯგუფება → ტერმინის დასახელება → არჩევანის მოკლე დასაბუთება. საჭიროების შემთხვევაში მოსწავლეს მიეცეს ვიზუალური საყრდენი, რომელშიც სამკუთხედის თითოეული ტიპი დაკავშირებულია მის განმსაზღვრელ ნიშანთან. მხარდაჭერა თანდათან შემცირდეს მოსწავლის დამოუკიდებლობის ზრდის შესაბამისად. მნიშვნელოვანია შეფასდეს არა პასუხის სისწრაფე, არამედ ის, რამდენად სწორად არჩევს მოსწავლე კლასიფიკაციის ნიშანს და იყენებს მას გადაწყვეტილების მისაღებად.

ნიკოლოზ მუსხელიშვილი (1891-1976) იყო მსოფლიოში აღიარებული ქართველი მათემატიკოსი, ქართული მათემატიკური სკოლის ერთ-ერთი ფუძემდებელი, რომლის სამეცნიერო ნაშრომებმაც უდიდესი წვლილი შეიტანა მათემატიკის, ფიზიკისა და ინჟინერიის განვითარებაში.

მუსხელიშვილის იდეები და მეთოდები დღესაც აქტიურად გამოიყენება თანამედროვე ტექნოლოგიებში, მშენებლობაში, მექანიკასა და მეცნიერების მრავალ სხვა დარგში. სწორედ მუსხელიშვილის პრინციპებით მოწმდება ხიდების, შენობებისა და სხვა მასშტაბური კონსტრუქციების უსაფრთხოება. ეს ნათლად გვაჩვენებს, რომ მათემატიკა მხოლოდ თეორია არ არის – ის რეალური, ყოველდღიური პრობლემების გადაჭრის საშუალებაა.

სწორედ ამიტომ ის, რასაც შენ ახლა სკოლაში ისწავლი – რიცხვები, განტოლებები, გეომეტრია – წარმოადგენს იმ ცოდნის საფუძველს, რომელიც მეცნიერებასა და ტექნოლოგიებში გამოიყენება. მათემატიკა გეხმარება, იფიქრო ლოგიკურად, მიიღო სწორი გადაწყვეტილება და აღმოაჩინო გარემომცველი სამყაროს კანონზომიერებები.

